基于鞅理论的动态下行β系数研究

周佰成[1,2] 侯 丹[1] 邵振文[1]

（1. 吉林大学经济学院；2. 吉林大学国有经济研究中心）

研究目标：增加β系数对我国系统性风险测量的有效性。**研究方法**：将鞅理论引入下行β系数计算中，并采用基于记分函数的指数加权移动平均法（SD-EWMA）对该下行β系数的时变路径进行估计。**研究发现**：与传统β系数以及其他下行β系数相比，基于鞅理论的动态下行β系数可以更加显著地解释我国 2001～2016 年行业组合收益率的变动；在时变路径估计方法上，使用 SD-EWMA 估计的下行β系数对收益率的解释能力更优。**研究创新**：将鞅理论引入下行β计算；将 SD-EWMA 应用于β系数时变路径估计。**研究价值**：提高了对系统性风险测量的准确性，为资本市场投资者与管理者提供了风险测度的新方法。

关键词 β系数 鞅理论 SD-EWMA 资本市场

中图分类号 F830.91 **文献标识码** A

引 言

随着中国资本市场不断壮大，金融对实体经济的发展起到了举足轻重的作用，资本市场的稳定为经济整体可持续发展提供了保证。然而，随着世界经济逐渐从严格分割到全面融合，金融工具不断创新，资本市场不确定性也随之增加。自 2008 年美国次贷危机发生以来，负外部性和中国自身经济转轨阶段的过渡性问题都使得资本市场面临的系统性风险逐步显现。2015 年，股票市场的急涨与急跌更是证实了中国资本市场的脆弱性。随着个人财富的增加以及企业的全球化运营，资本市场的风险越来越得到投资者以及相关机构的重视，如何对资本市场中的风险进行衡量成为近年来的重要研究内容。对于市场参与者和管理者来说，资本市场风险往往是通过金融资产组合价格的剧烈波动来表现的。因此，对资产价格及波动进行正确描述和度量成为资本市场研究的重要任务之一。由于β系数往往被用作资产定价和系统性风险评估的指标，如何准确计算β系数，从而对收益率进行合理预测，对投资者和管理者具有重要的现实意义。

现代资本市场理论起源于 1952 年，美国经济学家 Harry Markowitz 首次将收益和风险量化，建立了以均值－方差为基础的现代投资组合理论。在此基础上，William Sharpe（1964）、John Lintner（1965）和 Jan Mossin（1966）分别独立提出了资本资产定价模型（Capital Asset Pricing Model，CAPM），是现代金融学的重要资产定价理论。β系数作为这一模型中用于度量资产系统性风险的指标是整个模型的核心，用于刻画相对于市场收益率变动，组合或个别资产收益率同时发生变动的程度。但是，由于 CAPM 依赖于过多假设条件，半个世纪以来，学者们不断对β系数能否有效地度量风险提出质疑。尤其是对于中国等发展中资本市场来说，效率低下、制度不完善等问题都严重影响了资产配置效果，导致 CAPM

失效，β系数不能有效衡量系统性风险（韩其恒等，2016）。

在传统资本资产定价模型中，风险是通过方差进行量化的，这意味着资产价格上涨或者下跌相同程度对投资者的影响是相同的，即投资者既厌恶过大的亏损，又厌恶过大的收益。然而，这在现实的资本市场中是不成立的，投资者显然喜爱收益，厌恶的仅仅是亏损。根据行为金融学中的“损失厌恶”效应，投资者对损失的厌恶远远超过对收益的偏好。Barberis等（2001）发现“损失厌恶”可以解释很多资本市场中的现象，包括股票收益均值高、方差大等。为了对上述投资者行为进行刻画，下行风险逐渐成为学者研究的重点。

现代金融学中，下行风险主要是通过半方差来衡量的。Markowitz（1959）首次提出半方差的概念，当收益率低于某一目标值时，则被认为是风险。当投资组合的收益率分布为对称分布时，使用方差和半方差度量风险的大小是相同的；当投资组合的收益率分布为非对称分布时，使用半方差度量风险更加符合投资者心理。由于投资组合的收益率通常呈现出负偏的特点，即收益率的分布是非对称的，所以，使用半方差度量风险更加准确。基于此，Hogan和Warren（1974）在考虑了投资者对损失和厌恶非对称性的情况下，对传统β系数的算法进行了改进，提出了使用半方差计算的下行β系数，并将目标收益率确定为无风险利率。由于上述方法过于依赖投资组合收益率正态分布和效应函数的二项式分布，Bawa（1975）提出了适用于多种效用函数的下偏矩模型，用来取代半方差，度量投资组合的下行风险。Harlow和Rao（1989）在下偏矩模型的基础上将Markowitz投资组合理论中的均值—方差模型进行改进，在下偏矩模型的基础上提出了平均数—下偏矩β系数计算公式，并认为无风险利率并不能作为目标利率，真正的目标收益率应该为投资组合收益率的均值。Estrada（2002，2004，2007）保留了均值作为目标收益率的假设，进一步对下行β系数的计算公式进行修改，使其满足协方差可交换条件，并认为对发展中国家来说，半方差对下行风险的解释能力更强。Tsai等（2014）通过比较β系数与三种下行β系数，验证了下行β系数更能有效解释资本市场中资产的期望收益率的变化。由此可见，关于下行β系数计算中的目标收益率，学术界一直没有达成一致，如何确定恰当的目标收益率仍然是亟须解决的问题。

除了没有考虑上行和下行风险外，CAPM还没有考虑系统性风险的时变性，其假设β系数为一个固定的值。但是，不同投资者对投资组合未来收益的期望是有条件的，并且其投资决定也在随时间而变化，即β系数应该是一个动态变量而不是一个不变的数值。尤其是当前中国的资本市场呈现出不稳定性和周期性，这些特征都使得市场风险随时间波动，投资者预期也会随之发生改变（Ferson和Harvey，1991；丁志国，2012）。

基于以上不足，本文将从β系数计算和动态估计方法两个方面对已有研究成果进行扩展及改进。为了更好地确定下行β系数中的目标收益率，本文借鉴Jan和Wang（2012）提出的基于鞅理论的半方差模型，将其引入到下行β系数计算中，用以解决收益率时间序列的相关性问题，提出新的下行β系数估计方法。由于中国资本市场目前仍处于深化改革阶段，资本大规模扩张、交易制度不完善、投资者结构不均衡、市场多头空头力量失衡、金融创新与金融监管失衡等问题都导致中国资本市场系统性风险与波动都显著高于发达资本市场。不少学者通过中国的数据验证了中国资本市场投资组合波动的非对称性以及投资者的非理性行为（戎晓畅和常国珍，2016）。因而，使用加入鞅理论的下行β系数可以更好地测度投资组合收益率与风险溢价的关系。在β系数时变路径估计方法上，本文将使用基于记分函数的指数加权移动平均法（Score-Driven Exponentially Weighted Moving Average，SD-EWMA），通过使用记分函数，显著降低尾部观测值的不利影响。由于SD-EWMA假设分布服从厚尾、有

偏学生 t 分布，与中国资本市场现行状况吻合，克服了之前动态估计方法的不足。在实证分析部分，本文将通过中国股票市场证监会行业分类数据，比较研究时变的传统 β 系数、三种下行 β 系数（Hogan 和 Warren，1974；Harlow 和 Rao，1989；Estrada，2002）以及本文提出的基于鞅理论的下行 β 系数的有效性、显著性及其对收益率的解释程度。并且，还将 SD-EWMA 动态估计方法与动态条件相关系数（DCC-GARCH）估计方法进行比较，验证使用 SD-EWMA 的基于下偏矩模型与鞅理论的下行 β 系数可以更好解释预期收益率的变动。通过多变量回归分析与稳健性检验，客观地验证本文提出的基于鞅理论为基础的动态下行 β 系数能更好地刻画资产收益率与系统性风险之间的关系。

一、传统 β 系数与下行 β 系数定义

CAPM 理论认为，资本市场中投资组合的超额收益率（投资组合收益率减去无风险收益率）应与市场溢价（市场收益率减去无风险收益率）呈比例变化，其中的比例则为 β 系数。用 $\beta_{i,t}^{CAPM}$ 表示 t 时刻传统 CAPM 理论中的 β 系数，其计算方式如式（1）所示。

$$\beta_{i,t}^{CAPM}=\frac{\mathrm{cov}(R_{i,t},R_{m,t})}{\mathrm{var}(R_{m,t})} \tag{1}$$

其中，$R_{i,t}$ 为资产 i 在 t 时刻的收益率，$R_{m,t}$ 为市场组合在 t 时刻的收益率。可以看出，CAPM 理论中的 β 系数是基于全方差的风险度量方法计算的。由于使用方差测量风险不符合投资者心理，Hogan 和 Warren（1974）基于传统 CAPM 的框架，首次使用半方差对 β 系数进行计算，他们认为只有当投资组合收益率小于目标收益率时，才会被认为是风险，并且假设目标收益率为无风险利率的概率为 1。用 $\beta_{i,t}^{HW}$ 表示 t 时刻的该 β 系数，其计算方式如式（2）所示。

$$\beta_{i,t}^{HW}=\frac{\mathrm{cov}\left[(R_{i,t}-r_{f,t}),\min(R_{m,t}-r_{f,t},0)\right]}{\mathrm{var}\left[\min(R_{m,t}-R_{f,t},0)\right]} \tag{2}$$

其中，$r_{f,t}$ 为 t 时刻的无风险利率。Harlow 和 Rao（1989）通过实证研究表明，目标收益率应当为整个平均收益率，而并非无风险收益率。当资产收益率分布为标准正态分布或为 t 分布时，其定义的风险可以表示为常见的半方差形式。用 $\beta_{i,t}^{HR}$ 表示 t 时刻的该 β 系数，其表达式如式（3）所示。

$$\beta_{i,t}^{HR}=\frac{\mathrm{cov}\left[(R_{i,t}-\mu_i),\min(R_{m,t}-\mu_m,0)\right]}{\mathrm{var}\left[\min(R_{m,t}-\mu_m,0)\right]} \tag{3}$$

其中，μ_i 为资产 i 的平均收益率，μ_m 为市场组合的平均收益率。Estrada（2002）认为，Hogan 和 Warren（1974）、Harlow 和 Rao（1989）等人定义的半协方差不满足可交换条件，对于发展中的资本市场来说，不仅市场收益率需要使用半离差表示，资产 i 的收益率也应用半离差表示，使相关性的不对称性更加一般化。用 $\beta_{i,t}^{E}$ 表示 t 时刻的该 β 系数，其表达式如式（4）所示。

$$\beta_{i,t}^{E}=\frac{\mathrm{cov}\left[\min(R_{i,t}-\mu_i,0),\min(R_{m,t}-\mu_m,0)\right]}{\mathrm{var}\left[\min(R_{m,t}-\mu_m,0)\right]} \tag{4}$$

Estrada（2002）通过单变量与多变量横截面回归验证了其提出的下行 β 系数的解释能力高于其他 β 系数，尤其对于波动较大的新兴市场来说，下行 β 系数的回归系数尤其显著，

同时验证了新兴资本市场的不对称性。

在上述三种典型的下行β系数计算方法中，Estrada（2002）提出的β系数与式（2）和式（3）所示的β系数相比，仅仅从半协方差计算方式的角度对下行β系数进行修正，并没有从CAPM理论根本进行推导，虽满足了半协方差可交换条件，但却存在一定的理论缺陷。Hogan和Warren（1974）提出的β系数与CAPM中提出的β系数面临相同的无风险利率选择问题。Harlow和Rao（1989）提出的β系数虽然基于资本市场线，但是，投资组合的目标收益率的选择为整个样本区间内的平均收益率，即目标收益率由整个时间段上所有的信息决定，这与事实不符。对于t时刻的投资者来说，他们无法获取t时刻之后的收益率波动信息，从而目标收益率应由t时刻之前的信息流决定，而不应该包含t时刻之后的信息流。因此，使用平均收益率作为目标收益率是不恰当的。由于上述问题的存在，本文在式（2）和式（3）的基础上，对目标收益率进行重新设定，以使得系统性风险的衡量方法更加符合投资者预期。

二、基于鞅理论的下行β系数估计模型设计

在式（2）～式（4）采取的下行β系数计算方法中，没有考虑收益率序列的自相关性，Goyal和Santa-Clara（2003）意识到应当在收益率序列的方差计算中对收益率序列自相关进行调整。中国资本市场目前仍处于改革阶段，政策性信息来源单一、证券交易制度不健全、信息解读不确定性大、信息传播不畅等现象都会导致投资组合收益率呈现出序列相关性。无论是资本市场中出现的收益率“反转”现象（投资组合收益率的自相关为负），还是“惯性”现象（投资组合收益率的自相关为负）都说明投资者可以用过去的投资组合收益率预测未来的投资组合收益率。Jan和Wang（2012）为了说明上述问题，将鞅过程引入到资产风险的度量中。相较于传统的方差及半方差而言，鞅方差和鞅半方差可以区分资产收益率的真实波动与资产收益率的跳跃，即使两种资产方差相同，其鞅方差与鞅半方差也可能不同。由于上述原因，本文认为，在构建投资组合时，投资者目标收益率一般为上一期的收益率，而非历史收益率的均值或无风险利率。因此，在这一部分，本文将鞅理论引入下行β系数计算中，以考虑收益率序列的自相关性以及风险的差异性，得到更加符合市场真实情况的β系数计算公式。根据公式（2）和公式（3）所示，当目标收益率为上一期收益率时，t时刻基于鞅理论的β系数可以表示为：

$$\beta_{i,t}^{M}=\frac{\operatorname{cov}\left[\left(R_{i,t}-R_{i,t-1}\right),\min\left(R_{m,t}-R_{m,t-1},0\right)\right]}{\operatorname{var}\left[\min\left(R_{m,t}-R_{m,t-1},0\right)\right]} \tag{5}$$

此时，目标收益率为R_{t-1}，其在t时刻是已知的。可以看出，只有当t时刻市场收益率小于目标收益率时，即$R_{m,t}<R_{m,t-1}$时，资产i的增加才会增加投资组合的风险。如果$R_{m,t}>R_{m,t-1}$，资产i收益率的变化不会影响投资组合的风险。由于目标收益率为上一期的收益率，基于下偏矩与鞅理论的下行β系数可以更好地解释投资组合中由于投资者并非完全理性出现的序列自相关现象，更加符合资本市场的实际情况。此外，与式（2）～式（4）所示的下行β系数相比，式（5）所示的下行β系数可以对图1和图2所示的A、B两种资产进行区分。假设资产A所在的市场为图1所示牛市，资产B所在的市场为图2所示的熊市。当使用式（2）～式（4）计算时，资产A和资产B的β系数均为1，即A与B的风险相同。然而，在实际投资活动中，投资者不仅厌恶下行波动，同时也厌恶收益率下行趋势，因此，资产B的风险应大于资产A的风险。当使用基于下偏矩与鞅理论的下行β系数计算时，资产A的β

系数为 1，资产 B 的 β 系数为 0。由此可见，式（5）可以有效地对资产 A 与资产 B 进行区分，更符合投资者心理预期，对系统性风险进行了更好的刻画。

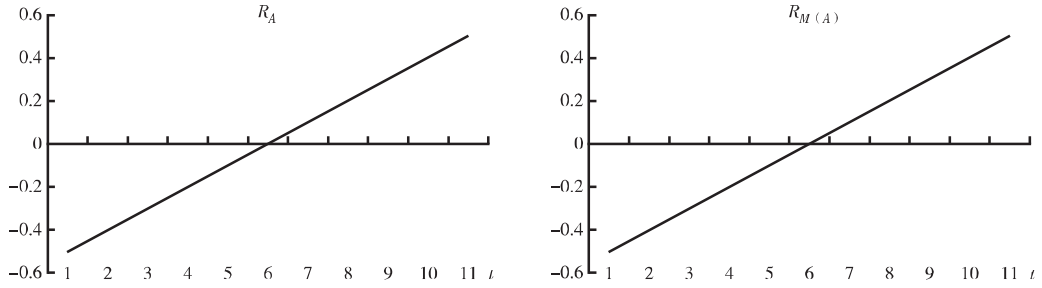


图 1　资产 A 及其所在市场的收益率变化趋势

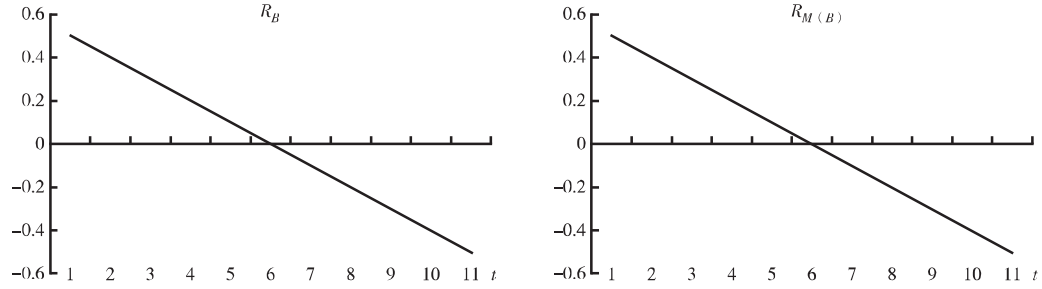


图 2　资产 B 及其所在市场的收益率变化趋势

三、动态 β 系数估计方法

由于中国发展中资本市场的特殊性，收益率和波动率等时间序列往往不服从正态分布，因此，选择适当的动态估计方法是必要的。为了更好地反映中国资本市场 β 系数的时变特征，本文将使用 Lucas 和 Zhang（2016）提出的基于记分函数的指数加权移动平均法（SD-EWMA）对动态 β 系数进行估计。该方法是在 EWMA 上增添了 t 时刻预测模型密度的记分函数，可以有效地估计时变参数。其不仅可以描述动态过程，同时也可以刻画波动率的非对称性、长期记忆性以及有偏性，更加符合当前中国资本市场状况。

指数加权移动平均（EWMA）一直被认为是衡量时间序列波动过程的有效而简单的工具，常被用于分析股票价格趋势。由于信息的时效性，该方法对时间序列中的数据分别赋予不同的权重，距离当前时刻越近的历史数据赋予的权重越大，越远的历史数据赋予的权重越小。EWMA 弥补了普通移动平均的不足，解决了一旦资产价格出现较大波动，而普通平均线不能及时做出反应的问题。对于任何一个时间序列（$x_t, x_{t-1}, \cdots, x_1$）来说，它的指数加权移动平均定义为：

$$EWMA(x_t, x_{t-1}, \cdots, x_1) = \frac{x_t + \lambda x_{t-1} + \lambda^2 x_{t-2} + \cdots + \lambda^{t-1} x_1}{1 + \lambda + \lambda^2 + \cdots + \lambda^{t-1}} \tag{6}$$

其中，λ 为一固定常数，称为平滑因子或衰减因子，取值范围是 $0 < \lambda < 1$。可以看出，平滑因子的存在使得近期的信息占有更多权重，随着时间增加，信息有效性降低，平滑因子由于指数效用逐渐减小，其所占权重也随之降低。当 $t \to \infty$ 时，$\lambda^t \to 0$，有无限长过去历史时

期的指数加权移动平均则可以表示为：

$$EWMA(x_t, x_{t-1}, \cdots, x_1) = (1-\lambda)\sum_{i=0}^{\infty}\lambda^i x_{t-i} \tag{7}$$

当使用式（7）对股票价格进行衡量时，既着重参考了近期的价格，又综合考虑了股票上市以来所有的价格信息。根据 Fabozzi（2008）所述，上述指数加权移动平均也可用来对金融时间序列的方差和协方差进行估计。当上式中的 x 代表资产收益率序列的平方时，收益率序列的方差和协方差可以写成如下的递归形式，以便于计算：

$$\mathrm{var}_{t|1}(r_t) = \sigma^2_{t|1} = (1-\lambda)r_t^2 + \lambda\sigma_t^2 \tag{8}$$

$$\mathrm{cov}_{t-1}(r_{1,t}, r_{2,t}) = \sigma^2_{12,t-1} = (1-\lambda)r_{1,t}r_{2,t} + \lambda\sigma^2_{12,t} \tag{9}$$

其中，σ^2_{t+1} 和 $\sigma^2_{12,t+1}$ 分别为 $t+1$ 时刻的方差和协方差；$r_{1,t}$ 和 $r_{2,t}$ 分别代表资产 1 和资产 2 的收益率序列。当系数符合一定条件时，式（8）则可以变成截距为 0 的 IGARCH 模型。通过观察式（8）可以发现，如果 t 期收益率过大时，即使 t 期方差变化微小，也会大幅度地影响下一期的方差，使得估计的波动率偏离实际波动率。由于长期效应的存在，会对之后长时期内的波动率估计造成影响。

由于 EWMA 是基于时间序列服从正态分布得到的，在现实资本市场中使用，会导致估计结果无效，造成长期有偏估计。考虑到资本市场中金融收益率序列常常呈现尖峰厚尾分布，为了保证时变估计方法对异常值的稳健性，可以在 EWMA 计算中加入记分函数解决上述问题。基于记分函数的 EWMA（Score-Driven EWMA）不再是基于正态分布假设，而是通过预测分布的记分决定下一期时间序列的走势。如此一来，可以降低个别尾部收益率对下一期收益率过大的影响。在这里，我们使用式（8）和式（9）所示的基于学生 t 分布的 SD-EWMA 来对序列的方差和协方差进行估计。

$$\mathrm{var}_{t+1}(r_t) = \sigma^2_{t+1} = \lambda\sigma_t^2 + (1-\lambda)\cdot\frac{v+1}{v-2+r_t^2/\sigma_t^2}\cdot r_t^2 \tag{10}$$

$$\mathrm{cov}_{t+1}(r_{1,t}, r_{2,t}) = \sigma^2_{12,t+1} = \lambda\sigma^2_{12,t} + (1-\lambda)\cdot\frac{v+1}{v-2+(r_{1,t}\cdot r_{2,t})/\sigma^2_{12,t}}\cdot(r_{1,t}\cdot r_{2,t}) \tag{11}$$

其中，v 为自由度，$\lambda = 1-\delta = 1-A\cdot(1+3v^{-1})$。假设 $r_{1,t}$ 代表市场收益率序列，$r_{2,t}$ 代表投资组合收益率序列，则可以通过式（12）对投资组合的下行动态 β 系数进行估计。

$$\beta_{t+1} = \mathrm{cov}_{t+1}(r_{1,t}, r_{2,t})/\mathrm{var}_{t-1}(r_{1,t}) \tag{12}$$

上述模型中的自由度 v 和衰减因子 λ 需要进行设置，本文根据 Lucas（2016），选择 $v=5$ 来保持模型良好的稳健性。衰减因子 λ 则根据刘轶芳等（2006）的方法，利用最简单的 GARCH（1，1）模型进行估计。经过验证，SD-EWMA 方法中收益率平方前的系数可以减少过大的收益率对下一期波动率的影响，使得信息传递达到最优。因此，SD-EWMA 既保留了原始 EWMA 对时间序列持续动态的估计，又增加了稳健性，使用该方法对中国资本市场动态 β 系数进行估计更为准确。

四、实证研究设计

1. 数据选取与描述

本文投资组合样本采用证监会 18 种行业分类指数，市场组合选用上证综合指数，数据

样本来自 Wind 数据库，均为日收盘数据。样本共包含 2001 年 7 月 2 日到 2016 年 6 月 29 日共 3697 天的逐日数据。本文中使用式（13）计算收益率。

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{13}$$

其中，P_t 和 P_{t-1} 分别为第 t 天和第 $t-1$ 天的收盘价。表 1 中详细列出了各行业收益率的统计信息。从表 1 中可以看出，18 个行业的平均收益率都大于零，其中，卫生社会行业的平均收益率是最高的。除教育指数最小收益率为－26.8832％外，各行业指数的最小收益率在－10.0935％到－9.5141％范围内波动；除科研技术指数和卫生社会指数最大收益率为 57.5220％和 40.9040％外，最大收益率的波动范围是 9.8304％到 14.4323％。根据观察收益率范围和标准差可以发现，科研技术指数、卫生社会指数、教育指数存在部分异常值，波动率较大。此外，根据表 1 中列出的偏度和峰度数据可以看出，行业组合展现出尖峰厚尾的特征，因此，使用 SD-EWMA 对动态 β 系数进行估计符合现实市场情况。

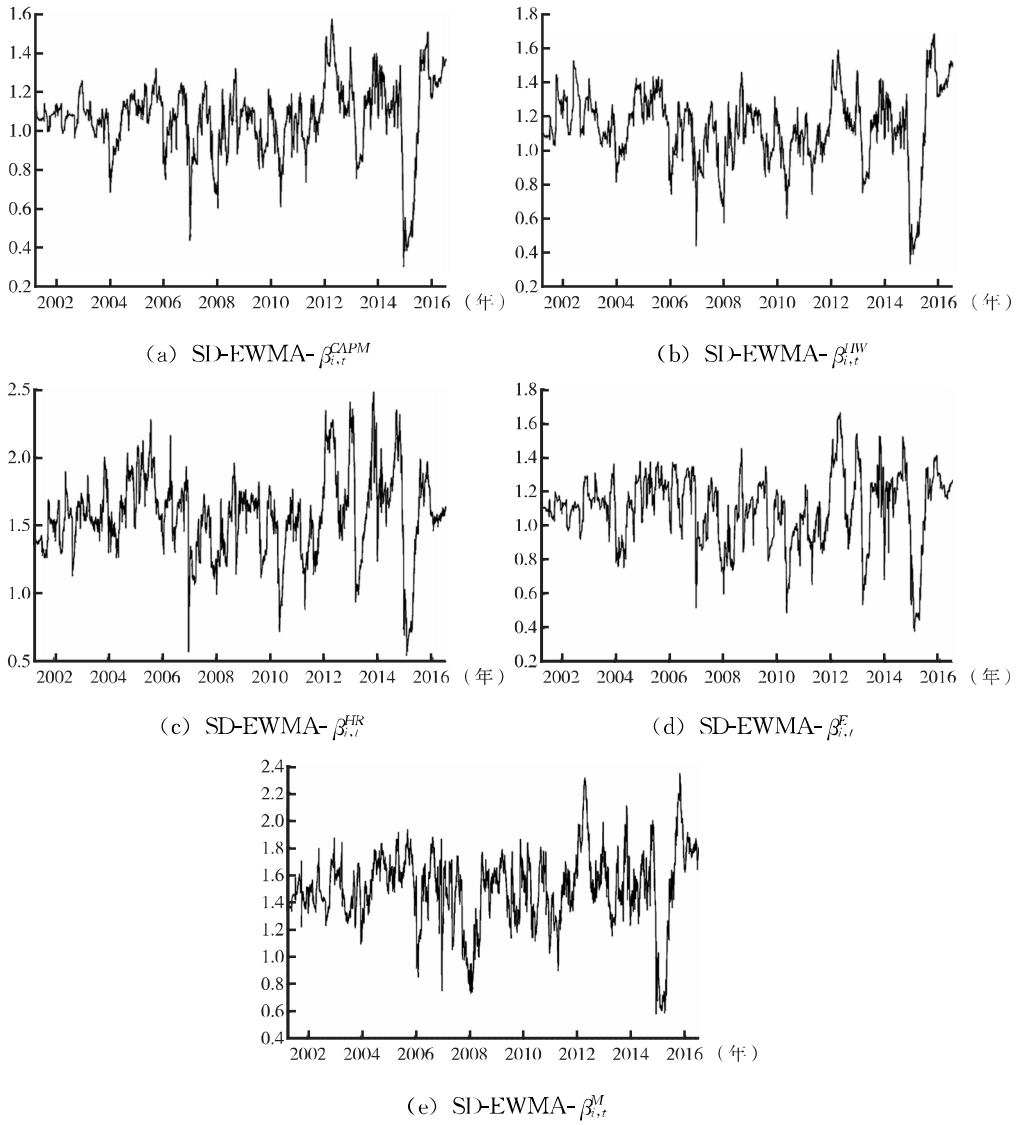
表 1　　不同行业收益率的统计信息

行　业	均　值	最大值	最小值	标准差	偏　度	峰　度
农林牧渔指数	0.0537	10.7805	－9.9485	2.3295	－0.2787	5.7288
采矿业指数	0.0478	11.4573	－9.9616	2.0430	－0.0705	6.1081
制造业指数	0.0521	9.8304	－9.7797	1.9445	－0.4367	6.7004
水电煤气指数	0.0314	9.9877	－9.9743	1.8574	－0.4092	7.8346
建筑业指数	0.0391	14.4323	－9.8994	2.0704	－0.0986	6.9525
批发零售指数	0.0442	9.8611	－9.9297	2.0169	－0.4891	6.9104
交运仓储指数	0.0364	10.0153	－9.7735	1.9546	－0.3470	7.2049
住宿餐饮指数	0.0557	10.0292	－9.9983	2.1861	－0.4158	5.9267
信息技术指数	0.0719	10.0106	－9.9934	2.2163	－0.2790	5.9837
金融业指数	0.0575	9.9949	－9.8645	2.0406	0.1898	6.1299
房地产指数	0.0488	9.8565	－9.5141	2.1699	－0.2732	5.5714
租赁商务指数	0.0609	10.0053	－9.9462	2.0950	－0.2679	5.7387
科研技术指数	0.0777	57.5220	－10.0935	2.7698	2.2671	54.9392
水利环境指数	0.0634	10.0063	－9.8941	2.1664	－0.2518	6.1428
卫生社会指数	0.0995	40.9040	－10.0837	3.2106	0.5046	10.6306
文化体育指数	0.0648	10.0176	－9.9852	2.3104	－0.2686	5.7027
综合企业指数	0.0508	10.0211	－9.9935	2.2749	－0.4536	5.8128
教育指数	0.0676	10.0679	－26.8832	3.3489	－0.1381	5.8877

2. *动态 β 系数比较分析*

在这一部分，本文首先将采用 SD-EWMA 动态估计方法对式（1）～式（5）所示 β 系数进行估计。图 3 以农林牧渔指数为例，画出了 SD-EWMA 估计方法下不同的时变 β 系数。可以发现，在 2001～2016 年整个样本数据内，五种 β 系数都呈现出周期性的动态特征。较为明显的是，2014 年末到 2015 年末，中国股票市场经历了“疯牛”“股灾”以及恢复阶段，在该时间段内，β 系数也出现了较大的变化。尤其是在 2015 年“股灾”期间，由于市场风

险的增大，农林牧渔业的β系数也出现大幅上涨，随着市场逐渐恢复，β系数也开始下降。这也就说明，β系数并不是固定的常数，而是随着时间发生变化，使用SD-EWMA对β系数时变路径进行估计，可以很好地反映β系数的动态特征。



（a）SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{CAPM}$　（b）SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{HW}$

（c）SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{HR}$　（d）SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{E}$

（e）SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{M}$

图3　使用SD-EWMA估计的β系数时变路径

进一步，动态β系数和收益率之间的关系可以通过回归分析得到。本文使用简单的多变量线性回归模型（Estrada，2002），比较分析是否本文提出的基于鞅理论的下行β系数，见式（4），可以更加显著地解释收益率的变动。通过膨胀因子检验可以发现，$\beta_{i,t}^{HW}$ 和 $\beta_{i,t}^{HR}$ 存在明显的多重共线性，因此，为了克服多重共线性对实证检验结果造成影响，本文将分别通过三个回归方程，选取不同的下行β系数进行比较。

首先，本文对式（1）所示的 $\beta_{i,t}^{CAPM}$ 、式（2）所示的 $\beta_{i,t}^{HW}$ 以及式（4）所示的 $\beta_{i,t}^{M}$ 进行多变量回归。回归方程如下：

$$R_t^i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{i,t}^{CAPM} + \gamma_2 \beta_{i,t}^{HW} + \gamma_3 \beta_{i,t}^{M} + u_{i,t} \tag{14}$$

其中，R_t^i 表示 t 时刻的收益率，γ_0 为常数项，γ_1、γ_2、γ_3 为通过 SD-EWMA 估计的 β 系数的回归系数，$u_{i,t}$ 表示误差项，i 表示不同的行业。利用式（14）所示的回归模型进行回归，可以得到如表 2 所示的回归结果，包括回归系数、显著程度以及 t 统计量。首先，从整体上来说，利用 SD-EWMA 方法估计的大多数 $\beta_{i,t}^{HW}$（科研技术指数除外）、$\beta_{i,t}^{CAPM}$ 和 $\beta_{i,t}^{M}$ 对收益率的影响均显著，表明三种 β 系数均可以解释收益率的变动。然而，$\beta_{i,t}^{CAPM}$ 的系数为负，即风险与收益率呈现负向相关，这就意味着投资者并不会因为承担额外风险和获得风险补偿，与现实情况不符（实际投资活动中，行业指数收益均展现出与市场收益同涨同跌的趋势），即 $\beta_{i,t}^{CAPM}$ 不能对风险进行有效衡量。进一步，通过比较 $\beta_{i,t}^{HW}$ 和 $\beta_{i,t}^{M}$ 回归系数的显著程度可以发现，$\beta_{i,t}^{M}$ 的回归系数除教育指数在 5%的显著水平下显著外，其他行业均在 1%的显著水平下显著，而 $\beta_{i,t}^{HW}$ 不能显著解释科研技术行业收益率的变动，且只能在 5%的显著水平下解释农林牧渔、租赁商务、卫生社会、教育行业收益率的变动。此外，观察 $\beta_{i,t}^{HW}$ 和 $\beta_{i,t}^{M}$ 回归系数的 t 统计量可以看出，即使在相同的显著水平下，$\beta_{i,t}^{M}$ 回归系数的 t 统计量均大于 $\beta_{i,t}^{HW}$。这就说明，在对各行业收益率的解释程度上，$\beta_{i,t}^{M}$ 的效果显著优于 $\beta_{i,t}^{HW}$，即本文基于鞅理论的动态下行 β 系数对组合收益率具有更好的解释能力。

表 2　　$\beta_{i,t}^{CAPM}$、$\beta_{i,t}^{HW}$、$\beta_{i,t}^{M}$ 多变量回归结果

行　业	$\beta_{i,t}^{CAPM}$	t 统计量	$\beta_{i,t}^{HW}$	t 统计量	$\beta_{i,t}^{M}$	t 统计量
农林牧渔指数	−3.9358***	−6.2654	1.2535**	2.4392	1.7185***	7.0264
采矿业指数	−5.5277***	−8.3345	3.0713***	5.6417	1.9460***	8.3453
制造业指数	−6.4450***	−9.6358	2.1581***	4.5028	2.6849***	9.4533
水电煤气指数	−7.1148***	−10.0125	2.3586***	4.6928	2.7742***	9.9880
建筑业指数	−5.6622***	−8.7761	1.9817***	4.2507	2.1907***	8.7725
批发零售指数	−6.8785***	−10.0550	2.2102***	4.6735	2.9431***	9.9519
交运仓储指数	−4.6612***	−6.9872	2.2809***	4.4343	1.5751***	6.1434
住宿餐饮指数	−5.8869***	−8.6087	2.7879***	5.7205	1.4974***	6.4478
信息技术指数	−4.9957***	−7.3449	2.4281**	4.5030	1.4337***	6.4859
金融业指数	−4.4787***	−5.9655	3.2766***	6.1088	1.1944***	5.7482
房地产指数	−5.5981***	−8.1783	2.4651***	4.9103	2.1209***	8.8012
租赁商务指数	−4.7666***	−7.5572	2.0757**	4.3342	1.4858***	6.8678
科研技术指数	−2.0856***	−2.6907	1.0667	1.5906	0.6793***	3.7831
水利环境指数	−4.0058***	−5.8186	2.1210***	3.6383	1.4157***	5.7204
卫生社会指数	−2.8153***	−3.7710	1.5087**	2.5171	0.7272***	4.6092
文化体育指数	−3.2585***	−4.6667	1.9372***	3.2927	0.6492***	3.2603
综合企业指数	−4.6644***	−7.6783	1.4978***	3.3016	2.0981***	7.7679
教育指数	−3.3353***	−4.7773	2.1502**	3.3720	0.4022**	2.2402

注：*、**、***分别表示在 10%、5%、1%的显著水平下显著。通过进行方差膨胀因子检验，变量间不存在多重共线性。

其次，本文对式（1）所示的 $\beta_{i,t}^{CAPM}$、式（3）所示的 $\beta_{i,t}^{HR}$ 以及式（8）所示的 $\beta_{i,t}^{M}$ 进行多变量回归。回归方程如下：

$$R_t^i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{i,t}^{CAPM} + \gamma_2 \beta_{i,t}^{HR} + \gamma_3 \beta_{i,t}^{M} + u_{i,t} \tag{15}$$

利用式（15）所示的回归模型进行回归分析的结果如表 3 所示，可以看出，与表 2 类

似，$\beta_{i,t}^{CAPM}$、$\beta_{i,t}^{HR}$（科研技术、卫生社会指数除外）和$\beta_{i,t}^{M}$的回归系数均显著。$\beta_{i,t}^{CAPM}$系数依然显著为负，不具备经济意义。$\beta_{i,t}^{HR}$对科研技术和卫生社会两个行业收益率的回归系数不显著，说明$\beta_{i,t}^{HR}$不能解释上述两个行业的收益率变动，而$\beta_{i,t}^{M}$除了可以在5%的显著水平下解释科研技术和教育两个行业收益率的变化，对其他行业回归系数的置信区间均为99%。此外，即使$\beta_{i,t}^{HR}$与$\beta_{i,t}^{M}$的回归系数均在1%的水平下显著，$\beta_{i,t}^{M}$回归系数的t统计量均大于$\beta_{i,t}^{HR}$。这些结果均能表明，在对行业收益率的解释程度上，基于鞅理论的动态下行β系数优于$\beta_{i,t}^{HR}$。

表3　　$\beta_{i,t}^{CAPM}$、$\beta_{i,t}^{HR}$、$\beta_{i,t}^{M}$多变量回归结果

行　业	$\beta_{i,t}^{CAPM}$	t统计量	$\beta_{i,t}^{HR}$	t统计量	$\beta_{i,t}^{M}$	t统计量
农林牧渔指数	−3.4225***	−8.4835	0.8191***	4.0588	1.5411***	6.1624
采矿业指数	−3.7368***	−8.5052	1.4223***	6.8436	1.4485***	6.1446
制造业指数	−4.5162***	−10.0613	0.8951***	4.2035	2.1253***	6.9788
水电煤气指数	−5.5128***	−11.6893	1.5335***	6.4690	2.3600***	8.3312
建筑业指数	−4.3889***	−10.3937	1.0125***	5.3220	1.8784***	7.4788
批发零售指数	−4.8852***	−10.6109	0.8290***	3.9981	2.4278***	7.8059
交运仓储指数	−4.0380***	−9.0744	1.7807***	8.2629	1.3283***	5.1724
住宿餐饮指数	−3.4705***	−8.5238	0.9272***	4.6133	1.1854***	5.0921
信息技术指数	−3.1139***	−7.9472	0.9234***	4.4553	1.1431***	4.9819
金融业指数	−2.8232***	−5.5954	1.4678***	6.6346	0.8883***	4.6654
房地产指数	−3.8236***	−8.1223	1.2065***	5.2112	1.6547***	6.8612
租赁商务指数	−3.1301***	−8.5086	0.8776***	4.5191	1.0819***	4.8408
科研技术指数	−1.1114***	−2.9487	0.1310	0.6872	0.6795***	3.7780
水利环境指数	−2.6836***	−6.4145	0.9594***	4.3475	1.1705***	4.5870
卫生社会指数	−1.3636***	−3.7767	0.2365	1.2745	0.6017***	3.8878
文化体育指数	−1.5178***	−4.3444	0.3946**	2.0707	0.4910**	2.3026
综合企业指数	−3.7813***	−9.1013	0.8888***	4.8214	1.8269***	6.6286
教育指数	−2.1628***	−5.6856	0.7731***	3.8786	0.4003**	2.2351

注：同表2。

进一步，本文对式（1）所示的$\beta_{i,t}^{CAPM}$、式（4）所示的$\beta_{i,t}^{E}$以及式（5）所示的$\beta_{i,t}^{M}$进行多变量回归。回归方程如下：

$$R_t^i = \gamma_0 + \gamma_1 \beta_{i,t}^{CAPM} + \gamma_2 \beta_{i,t}^{E} + \gamma_3 \beta_{i,t}^{M} + u_{i,t} \tag{16}$$

利用式（16）所示的回归模型进行回归分析的结果如表4所示，可以看出，动态的$\beta_{i,t}^{CAPM}$依然为负，不能正向解释收益率的变动，与实际出现偏离。与此同时，大多数行业$\beta_{i,t}^{E}$的回归系数也为负数，即使个别行业回归系数为正，也不显著，对收益率的解释效果较差。只有本文提出的$\beta_{i,t}^{M}$可以在1%的显著水平下解释所有行业收益率的变动，效果显著优于$\beta_{i,t}^{CAPM}$和$\beta_{i,t}^{E}$。

表 4 $\beta_{i,t}^{CAPM}$、$\beta_{i,t}^{E}$、$\beta_{i,t}^{M}$ 多变量回归结果

行 业	$\beta_{i,t}^{CAPM}$	t 统计量	$\beta_{i,t}^{E}$	t 统计量	$\beta_{i,t}^{M}$	t 统计量
农林牧渔指数	−2.5166***	−5.8300	−0.2207	−0.6888	1.8199***	7.3581
采矿业指数	−2.0644***	−4.4456	−0.8810**	−2.2488	1.8975***	7.9680
制造业指数	−3.6482***	−7.1452	−0.8624**	−2.1022	2.7658***	9.3618
水电煤气指数	−4.9697***	−8.9881	0.5522	1.3794	2.7152***	9.7227
建筑业指数	−3.0261***	−6.4217	−0.5282	−1.6162	2.0992***	8.4251
批发零售指数	−3.9130***	−7.4586	−0.7745**	−2.0163	2.9435***	9.7703
交运仓储指数	−2.1485***	−4.1312	−0.1465	−0.3573	1.6182***	6.2043
住宿餐饮指数	−2.1143***	−5.0805	−0.5431**	−1.9199	1.3828***	5.9353
信息技术指数	−1.7871***	−4.2121	−0.8369***	−2.6104	1.5128***	6.7433
金融业指数	1.5566***	3.2347	−2.1716***	−6.0925	0.4331**	2.2815
房地产指数	−2.1598***	−3.8913	−1.1892***	−2.7336	1.8551***	7.8045
租赁商务指数	−1.8828***	−4.7491	−0.8008***	−2.7224	1.4987***	6.8005
科研技术指数	0.0400	0.1089	−0.9451***	−3.7378	0.6531***	3.6390
水利环境指数	−1.4882***	−3.4283	−0.6106**	−2.0444	1.5231***	6.0825
卫生社会指数	−0.5154	−1.5009	−0.6744***	−2.8030	0.6627***	4.3196
文化体育指数	−0.4801	−1.3633	−1.1415***	−4.6013	0.9359***	4.4896
综合企业指数	−2.9288***	−6.8269	−0.3849	−1.2443	2.1831***	7.8467
教育指数	−1.1431	−3.0972	−0.0443	−0.1870	0.4862***	2.7287

注：同表 2。

综合表 2、表 3 和表 4 可知，使用 SD-EWMA 方法估计的动态的传统 β 系数（$\beta_{i,t}^{CAPM}$）与收益率一直呈现负相关，不符合资本市场一般规律。$\beta_{i,t}^{E}$ 的回归系数多数为负或不显著。虽然多数 $\beta_{i,t}^{HW}$ 和 $\beta_{i,t}^{HR}$ 可以显著地正向解释收益率的变动，但是其 t 统计量都小于 $\beta_{i,t}^{M}$。结合表 1 可以发现，$\beta_{i,t}^{HW}$ 和 $\beta_{i,t}^{HR}$ 对行业极值较大的行业收益率解释能力较弱，包括科研技术指数和卫生社会指数等，而 $\beta_{i,t}^{M}$ 可以对这些存在异常值的行业收益率进行解释。因此，对于中国资本市场行业组合来说，本文提出的基于鞅理论的下行 β 系数可以很好地表示收益率与风险之间的相关关系，且优于式（1）～式（4）中的 β 系数。

3. SD-EWMA 与 DCC-GARCH 时变路径估计方法比较分析

为了检验 SD-EWMA 动态估计方法是否优于其他动态估计模型，本文将通过回归的方法将 SD-EWMA 估计的 $\beta_{i,t}^{M}$ 与 DCC-GARCH 估计的 $\beta_{i,t}^{M}$ 进行对比。本文选取 DCC-GARCH 进行比较的原因在于，DCC-GARCH 模型常被用于 β 系数动态估计中，且效果优于其他动态参数估计模型，因而，选取二者进行比较具有代表性。图 4 为以农林牧渔行业组合为例，使用 SD-EWMA 和 DCC-GARCH 两种方法对各时期 $\beta_{i,t}^{M}$ 的估计值走势图。可以发现，二者总体波动趋势一致，但是，DCC-GARCH-$\beta_{i,t}^{M}$ 的波动幅度远远大于 SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{M}$ 的波动幅度。这是由于 SD-EWMA 动态估计方法通过记分函数的作用可以减少前一期异常值对后一期过大的影响，从而有效地对波幅进行了修正，使得 $\beta_{i,t}^{M}$ 呈现出较为连贯的时变特征。

为了对两种动态估计方法进行直观比较，本文对 SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{M}$ 和 DCC-GARCH-$\beta_{i,t}^{M}$ 进行回归，回归方程如下：

$$R_t^i = \gamma_0 + \gamma_1 SD\text{-}EWMA\text{-}\beta_{i,t}^{CAPM} + \gamma_2 DCC\text{-}GARCH\text{-}\beta_{i,t}^{M} + u_{i,t} \quad (17)$$

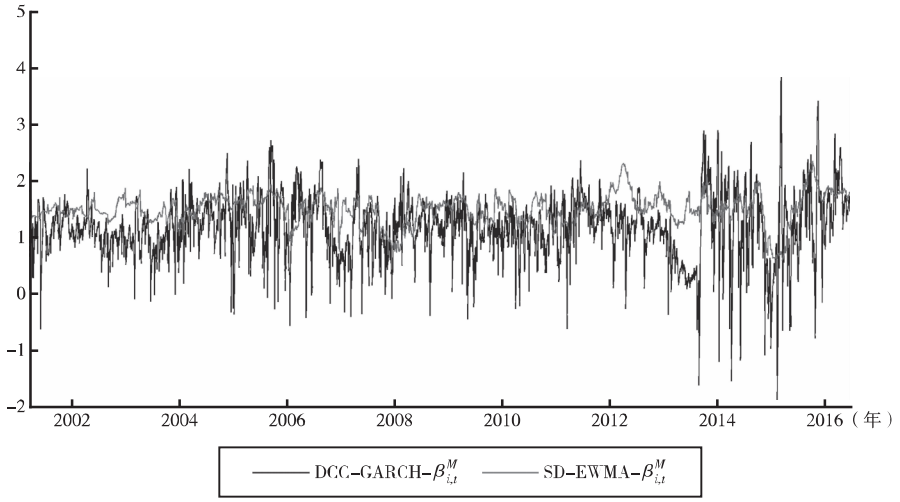


图 4　2001～2016 年农林牧渔业 SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{M}$ 与 DCC-GARCH-$\beta_{i,t}^{M}$ 走势

式（17）所示的回归模型实证结果如表 5 所示。可以看出当综合考虑两种估计方法时，使用 SD-EWMA 估计的 $\beta_{i,t}^{M}$ 对收益率变动的解释程度更高。SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{M}$ 可以正向显著解释大多数行业组合的收益率变化，而 DCC-GARCH-$\beta_{i,t}^{M}$ 多数不显著，且为负数，不具备经济意义。这就说明，相对于动态条件相关系数法，基于记分函数的指数加权移动平均法可以增加基于鞅理论的下行 β 系数的有效性。

表 5　　SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{M}$ 与 DCC-GARCH-$\beta_{i,t}^{M}$ 回归结果

行　业	SD-EWMA-$\beta_{i,t}^{M}$	t 统计量	DCC-GARCH-$\beta_{i,t}^{M}$	t 统计量
农林牧渔指数	0.3069*	1.7588	0.0121	0.0756
采矿业指数	0.6953***	4.4501	−0.3144	−1.6228
制造业指数	0.4689**	2.5500	−0.4575**	−2.0444
水电煤气指数	0.6726***	3.5435	−0.6010***	−2.8634
建筑业指数	0.8799***	4.6503	−1.0496***	−5.1726
批发零售指数	0.3750**	2.2387	−0.4135**	−2.0380
交运仓储指数	0.8818***	4.2995	−0.7520***	−3.4811
住宿餐饮指数	0.0885	0.5836	−0.3561	−1.9962
信息技术指数	0.2030	1.3465	−0.1052	−0.6682
金融业指数	0.4240***	3.5234	0.0733	0.4725
房地产指数	0.7849***	4.8039	−0.4292**	−2.3898
租赁商务指数	0.1478	1.0285	−0.2325	−1.3281
科研技术指数	0.1419*	1.6906	−0.1017	−0.8221
水利环境指数	0.4493***	2.7809	−0.1413	−0.8282
卫生社会指数	0.1157	1.1636	0.0293	0.2521
文化体育指数	−0.0292	−0.2124	0.0150	0.1102
综合企业指数	0.3115*	1.7907	−0.2073	−1.0883
教育指数	−0.1939*	−1.7502	0.0733	0.6272

注：*、**、***分别表示在 10%、5%、1%的显著水平下显著。

4. 稳健性检验

为了验证是否基于下偏矩模型与鞅理论的下行 β 系数符合经济意义，即当投资者承担额外风险时，是否会获得相应的风险补偿，本文进一步进行稳健性检验。在这一部分，我们在所有数据中随机抽取 3000 组样本数据，通过下面方法进行回归：

$$|\Delta R_{i,t}| = \alpha \cdot |\Delta \beta_{i,t}^{M}| \tag{18}$$

其中，$\Delta R_{i,t}$ 和 $\Delta \beta_{i,t}^{M}$ 分别表示收益率和基于下偏矩模型与鞅理论的下行 β 系数的一阶差分序列，α 为需要估计的参数，i 表示不同的行业组合。式（18）验证了当 β 系数表示的风险增加时，收益率的变化方向。通过对随机抽取的 3000 组样本进行回归可以得到 $\alpha = 11.6457$，且在 1%的显著性水平下显著。为了验证该结果的真实性，本文进行了 2000 次反复试验，α 均显著为正，这就说明，当行业组合系统性风险增加时，其收益率也相应增加。因此，本文提出的基于鞅理论的下行 β 系数符合现实意义，结果稳健。

5. 实证结果分析

在实证分析部分，本文首先利用中国行业组合数据，采用基于记分函数的指数加权移动平均法（SD-EWMA）对式（1）～式（5）所示的 β 系数进行估计，以刻画 β 系数的动态特征。随后，通过多变量回归将本文提出的基于鞅理论的下行 β 系数与式（1）～式（4）所示的 β 系数进行对比分析得到以下结论。（1）基于鞅理论的动态下行 β 系数可以显著地解释行业组合收益率的变动，且优于 $\beta_{i,t}^{CAPM}$、$\beta_{i,t}^{HW}$、$\beta_{i,t}^{HR}$ 和 $\beta_{i,t}^{E}$。（2）通过综合观察表 1～表 4 可以发现，相较于其他下行 β 系数，基于下偏矩模型与鞅理论的下行 β 系数对存在异常值且波动率较大的科研技术指数、卫生社会指数、教育指数收益率的变动也具备较好的解释能力。由于中国资本市场目前波幅较大，极值较多，使用基于鞅理论的下行 β 系数对风险进行刻画更加合适。（3）基于记分函数的指数加权移动平均法（SD-EWMA）估计的 β 系数优于动态条件相关系数法估计的 β 系数，且 SD-EWMA 估计的 β 系数时变过程更为平缓，解决了极值造成的过度波动问题。（4）通过稳健性检验可以发现，基于鞅理论的下行 β 系数可以很好地说明风险与收益正相关的关系，当投资者承担额外风险时，会获得相应的风险补偿。

综上所述，实证结果研究表明，相对于其他的条件 β 系数，使用 SD-EWMA 估计的基于鞅理论的动态下行 β 系数更适用于分析中国资本市场系统性风险，且具有显著的经济学意义。

五、结　论

在之前下行 β 系数的研究中，很少使用动态下行 β 系数验证风险与收益的关系。通过观察中国资本市场数据可以发现，近年来，资本市场波动较大，因而，使用固定的 β 系数对系统性风险进行度量会造成研究的局限性。本文使用基于记分函数的指数加权移动平均（SD-EWMA）对 β 系数的时变路径进行估计。相较于其他的时变参数估计方法，SD-EWMA 适用于非正态分布，且对异常值稳健。由于记分函数的作用，SD-EWMA 降低了异常值对下一期估计值的过大影响。尤其是中国资本市场时间序列往往存在尖峰厚尾的特点，异常值较多，使用 SD-EWMA 可以去除异常波动，更加真实地反映 β 系数的动态波动特征。

在实证研究部分，通过时间序列多变量回归结果可以发现，只有本文提出的基于鞅理论的 β 系数可以显著地解释所有行业的收益率波动，且对收益率的影响更大。尤其是对于存在异常值的行业，显著性明显高于其他下行 β 系数，能够很好地提醒投资者注意系统风险。此

外，通过对SD-EWMA和DCC-GARCH两种方法估计的动态进行检验，可以发现，使用SD-EWMA估计方法可以增加基于鞅理论的β系数的有效性。在此基础上，本文对基于鞅理论的动态下行β系数进行了稳健性检验，说明了风险与收益率的正相关关系，经济学意义显著。

在计算方法上，本文提出的鞅理论的下行β系数并非简单对下行β系数计算方式进行修改，而是延续Hogan和Warren（1974）、Harlow和Rao（1989）的研究脉络，将鞅理论引入β系数中，因而具备完善理论基础。在时变方法上，本文放开分布假设条件，采用基于记分函数的指数加权移动平均测量方差以及协方差，更新了β系数的动态估计方式，从而具有一定的方法创新。从应用的角度出发，中国资本市场仍处于深化改革与快速发展阶段，展现出更加明显的负偏、不平稳、异常值较多的特征，使用基于鞅理论的动态下行β系数可以很好地对上述特征进行刻画。根据实证研究结果可以发现，SD-EWMA估计的基于鞅理论的动态下行β系数可以更好地解释投资组合收益率波动，因而可以更加准确地帮助中国资本市场投资者及管理者度量资本市场中投资组合系统性风险。

参 考 文 献

[1] Bawa V., 1975, *Optimal Rules for Ordering Uncertain Prospects* [J], Journal of Financial Economics, 2 (1), 95～121.

[2] Bawa V., Brown S., Klein R., 1981, *Asymmetric Response Asset Pricing Models: Testable Alternatives to Mean-Variance* [M], New York, NY: Mimeo.

[3] Barberis N. H. M., Santos T., 2001, *Prospect Theory and Asset Prices* [J], The Quarterly Journal of Economics, 116 (1), 1～53.

[4] Estrada J., 2002, *Systematic Risk in Emerging Markets: the D-CAPM* [J], Emerging Markets Review, 3 (4), 365～379.

[5] Estrada J., 2004, *Mean-semivariance Behavior: An Alternative Behavior Model* [J], Journal of Emerging Market Finance. 3 (3), 231～248.

[6] Estrada J., 2007, *Mean-Semivariance Behavior: Downside Risk and Capital Asset Pricing* [J], International Review of Economics & Finance, 16 (2), 169～185.

[7] Fabozzi F. J., 2008, *Handbook of Finance* [M], New York, NY: John Wiley and Sons.

[8] Ferson W. E., Harry C. R., 1991, *The Variation of Economic Risk Premiums* [J], Journal of Political Economy, 99 (2), 385～415.

[9] Goyal A., Santa-Clara P., 2003. *Idiosyncratic Risk Matters!* [J], The Journal of Finance, 58 (3), 975～1008.

[10] Harlow W. V., Rao R. K. S., 1989, *Asset Pricing in a Generalized Mean-Lower Partial Moment Framework: Theory and Evidence* [J], Journal of Financial and Quantitative Analysis, 24 (3), 285～311.

[11] Hogan W. W., Warren J. M., 1974, *Toward the Development of An Equilibrium Capital-Market Model Based on Semivariance* [J], Journal of Financial and Quantitative Analysis, 9 (1), 1～11.

[12] Jan Y. C., Wang J. M. C., 2012, *A Note on Idiosyncratic Risk Measure* [J], Journal of Money, Investment and Banking, 25 (5), 119～123.

[13] Lintner J., 1965, *The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets* [J], The Review of Economics and Statistics, 47 (1), 13～37.

[14] Lucas A., Zhang X., 2016, *Score-Driven Exponentially Weighted Moving Averages and Value-at-Risk Forecasting* [J], International Journal of Forecasting, 32 (2), 293～302.

[15] Markowitz H., 1952, *Portfolio Selection* [J], The Journal of Finance, 7 (5), 77～91.

[16] Markowitz H., 1959, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments* [M], New York, NY: John Wiley & Sons.

[17] Mossin J., 1966, *Equilibrium in A Capital Asset Market* [J], Econometrica, 34 (4), 768～783.

[18] Sharpe W. F., 1964, *Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk* [J], The Journal of Finance, 19 (3), 425～442.

[19] Tsai H. J., Chen M. C., Yang C. Y., 2014, *A Time-Varying Perspective on the CAPM and Downside Betas* [J], International Review of Economics & Finance, 29, 440～454.

[20] 丁志国、苏治、赵晶：《资产系统性风险跨期时变的内生性：由理论证明到实证检验》[J]，《中国社会科学》2012 年第 4 期。

[21] 韩其恒、吴文生、曹志广：《资产配置模型在中国资本市场真的有效吗?》[J]，《经济管理》2016 年第 3 期。

[22] 刘轶芳、迟国泰、余方平、孙韶红、王玉刚：《基于 GARCH-EWMA 的期货价格预测模型》[J]，《哈尔滨工业大学学报》2006 年第 9 期。

[23] 戎晓畅、常国珍：《策略性信息发布、信息披露监管和股票波动非对称性》[J]，《中央财经大学学报》2016 年第 4 期。

Research on the Dynamic Downside Beta Coefficient Based on Martingale Theory

Zhou Baicheng[1,2] Hou Dan[1] Shao Zhenwen[1]

(1. School of Economics, Jilin University;
2. China Center for Public Sector Economy Research, Jilin University)

Research Objectives: To improve the efficiency of the beta coefficient which is used to measure systematic risk. **Research Methods**: We introduce martingale theory into the calculation of the downside beta coefficient and then we adopt the score-driven exponentially weighted moving average (SD-EWMA) model to estimate the time-varying path of the new beta coefficient. **Research Findings**: Compared to the traditional and other downside beta coefficients, the time-varying beta coefficients based on martingale theory are more significant for the 2001～2016 industry portfolio returns in China. **Research Innovations**: We propose a new beta coefficient based on martingale theory and apply SD-EWMA model to estimate the time-varying beta coefficient. **Research Value**: To improve the accuracy of measuring systematic risk and it offers the investors and regulators a new way to manage risk.

Key Words: Beta Coefficient; Martingale Theory; SD-EWMA; Capital Market

JEL Classification: C60; G12

(责任编辑：王喜峰)