基于 Wild Bootstrap 的 ST-ECM 模型的协整检验问题研究①

南士敬[1]　赵春艳[2]　刘希章[1]

(1. 西北大学经济管理学院；2. 西安交通大学经济与金融学院)

研究目标：解决异方差条件下平滑转移误差修正模型（ST-ECM）的非线性协整检验问题，完善 ST-ECM 模型的建模理论。**研究方法**：将 Wild Bootstrap 方法应用到 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题中，构建异方差条件下 ST-ECM 模型的 Wild Bootstrap 非线性协整检验方法，推导异方差条件下 ST-ECM 模型非线性协整检验统计量的极限分布，并验证其有限样本性质。**研究发现**：本文提出的基于 Wild Bootstrap 的 ST-ECM 模型的非线性协整检验方法具有较好的功效和较低的检验水平扭曲。**研究创新**：将 Wild Bootstrap 方法应用到 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题中，提出了统计性质优良的异方差条件下 ST-ECM 模型的非线性协整检验方法。**研究价值**：为实证研究者研究具有异方差特征的 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题提供了有效的检验方法。

关键词　ST-ECM 模型　Wild Bootstrap　异方差　检验水平　功效

中图分类号　F224.0　　**文献标识码**　A

引　　言

近年来，非线性调整模型应用越来越广泛，平滑转移误差修正模型（Smooth Transition Error Correction Model，ST-ECM）是比较活跃的非线性调整模型之一。从模型形式来看，它是平滑转移回归模型（Smooth Transition Regressive Model，STR 模型）和误差修正模型（Error Correction Model，ECM）的结合，描述了偏离向长期均衡调整的非线性状态；从模型特征上来看，ST-ECM 模型能很好的刻画一些常规线性 ECM 模型不能描述的经济现象，比如由于交易成本、时变风险溢价、制度刚性和宏观调控政策中的结构突变等因素而导致的具有非线性连续调整效应的经济现象，因而备受学者关注，是传统线性 ECM 模型的很好补充。

ST-ECM 模型建模中最为关键的一步就是如何构造统计量进行非线性协整检验，从现有有关 ST-ECM 模型非线性协整检验的相关研究来看，绝大部分学者都是在同方差情况下探讨 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题，很少有学者研究异方差条件下 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题。然而，从实际情况来看，正如 Engle（1982）、Harvey 等（1994）等

① 本文获得教育部人文社会科学重点研究基地重大项目（16JJD790046）、教育部人文社会科学研究规划基金项目（16YJA790041）、西北大学 2018 年度“国家社科基金一般项目孵化计划”项目（17XNFH055，17XNFH049）、教育部人文社会科学研究青年基金项目（17YJC790046，16XJC630001）、国家自然科学基金地区项目（71764008）、国家自然科学基金面上项目（71774129、71673214）的资助。

所指出的异方差性是宏观经济金融时间序列的常见特征，且 Lee 和 Tse（1996）、Dijk 等（1999b）和 Maki（2015b）等诸多研究证实当宏观经济金融变量存在异方差特征时，传统的线性、非线性单位根检验和线性、非线性协整检验均存在较大程度的检验水平扭曲，从而导致“伪平稳”和“伪协整”情况的出现。因而，讨论异方差情况下 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题是值得研究的问题。本文在前人研究的基础上，将 Wild Bootstrap 方法引入到 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题中，讨论异方差情况下 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题。

一、文献综述

自 ST-ECM 模型由 Dijk 和 Franse（1997）提出并经 Kapetanios 等（2006）完善后，其在理论研究和实证应用方面得到广泛发展。在其理论研究方面，ST-ECM 模型的非线性协整检验问题是其建模理论研究中的难点和关键步骤，因此也是学者们争议的焦点，众多学者对其进行了研究。归结起来，学者们对 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题的研究多是在以下两个框架下进行的：其一，学者们使用泰勒近似的思想，将 ST-ECM 模型中非线性转移函数部分泰勒展开得到新的近似原始 ST-ECM 模型的替代模型，在替代模型中建立统计量进行非线性协整检验，如 Dijk 和 Franse（1997）、Choi 和 Saikkonen（2004），Kapetanios 等（2006）、欧阳志刚（2008）、南士敬和赵春艳（2015）等；其二，学者们不使用泰勒近似思想，而是从未识别参数的参数空间入手，在遍历未识别参数的参数空间基础上建立 ST-ECM 模型非线性协整检验统计量进行非线性协整检验，相关研究有欧阳敏华和雷钦礼（2013）、Kilic（2011）、南士敬等（2016）等[①]。本文认可第二个框架下的研究，认为将 ST-ECM 模型的非线性转移函数泰勒展开为线性多项式来近似原始模型会遗漏一定的信息量，因而必然会影响所构造的非线性协整检验统计量的功效。而在未识别参数的参数空间上构造非线性协整检验统计量是建立在对未识别参数的参数空间的全局搜索之上，因此要比基于泰勒展开构造的非线性协整统计量性质更为优良。

上述关于 ST-ECM 模型非线性协整检验问题的研究均基于这样一个假定：ST-ECM 模型中的残差项为一列满足独立同分布的正态随机变量，即残差项至少满足同方差。然而，实际情况是经济金融时间序列变量经常存在异方差特征，如 Engle（1982）、Harvey 等（1994）、Busetti 和 Taylor（2003）等学者证实各国宏观经济金融时间序列变量经常存在异方差，且 GARCH 模型和随机波动模型能够很好的描述这种异方差特征。众所周知，传统的统计推断都是建立在同方差的基础之上，一旦该假定没有得到满足，检验统计量的性质就会受到很大影响。同样，宏观经济金融时间序列变量中异方差的存在能够影响传统单位根检验和协整检验的功效和检验水平，如 Lee 和 Tse（1996）证实 GARCH 型异方差存在时 Johansen（1988）协整检验统计量具有一定程度的检验水平扭曲；Maki（2015a）等的研究表明当经济变量存在异方差特征时，非线性单位根检验很难将线性单位根异方差过程和非线性 STAR 过程区分开来；Maki（2013）证实当 GARCH 型异方差或结构突变异方差存在时，近期基于非线性协整的非线性协整检验统计量均具有严重的检验水平扭曲；Kim 等（2002）、Cavaliere 和 Taylor（2006、2008、2009）、Cavaliere 等（2010）等类似研究也证实了上述结论。由上文综述可知，传统的线性和非线性协整检验方法在异方差存在时具有严重

① 由于篇幅限制，关于 ST-ECM 模型的非线性协整检验的文献综述详见南士敬等（2016）。

的检验水平扭曲，因此，异方差存在时将基于 ST-ECM 模型的非线性协整检验方法应用到经济变量间的非线性调整关系分析时很有可能会得到虚假的协整关系。

尽管宏观经济金融时间序列变量的异方差特征会影响传统单位根检验和协整检验的检验水平和功效，且近年来很多学者对异方差情况下的线性和非线性单位根检验及线性协整检验进行了研究，然而，近期对非线性协整框架下的非线性调整效应进行研究的学者在进行理论研究或实证分析时很少将经济变量中的异方差特征考虑进来。从现有文献来看，祝金甫等（2015）指出 Wild Bootstrap 是一种适用于回归方程中存在异方差时的再取样方法，对于存在异方差且基于固定设计的回归模型而言，Wild Bootstrap 成为首选的重复抽样方法；Maki（2015a）针对异方差条件下 DF、KSS、PS 和 t_{KC} 等线性和非线性单位根检验统计量在进行 STAR 模型单位根检验时水平扭曲程度严重这一事实，提出了不同统计量下的 Wild Bootstrap 单位根检验方法，并证实这些 Wild Bootstrap 单位根检验方法性质更为优良；Maki（2015b）针对非线性 EST-ECM 模型中非线性协整检验统计量水平扭曲程度严重这一现象，提出使用 Wild Bootstrap 方法构建非线性协整检验统计量，结论证实该方法具有较低的水平扭曲和良好的功效水平。

从上述有关异方差条件下单位根检验和协整检验的文献可以看出，学者们对异方差情况下传统单位根检验和协整检验统计量存在严重的水平扭曲程度这一事实已达成共识，且大部分研究是针对线性和非线性单位根检验的。尽管有部分学者提出基于协整残差的 Wild Bootstrap 非线性协整检验方法来针对异方差存在的情况进行非线性协整检验，然而，很少有学者在 ST-ECM 模型框架下提出基于 Wild Bootstrap 的非线性协整检验方法。基于此，本文在线性调整效应和非线性调整效应共存的 ST-ECM 模型（LST-ECM 模型和 EST-ECM 模型）中构建异方差条件下的 Wild Bootstrap 非线性协整检验方法，并与传统的协整检验方法进行功效和检验水平的比较。

二、异方差条件下 ST-ECM 模型非线性协整检验方法提出

1. ST-ECM 模型

本文遵循 Kapetanios 等（2006）和南士敬等（2016）等对 ST-ECM 模型的设定，与之不同的是，本文同时考虑指数函数和逻辑斯蒂函数作为转移函数的 ST-ECM 模型，这样建立一个均服从 I（1）的随机过程的标量 y_t 和 k 维向量 x_t 之间的 ST-ECM 如下所示：

$$\Delta y_t = \phi u_{t-1} + \gamma g(u_{t-1})u_{t-1} + \omega'\Delta x_t + \sum_{i=1}^{p}\Gamma_i\Delta z_{t-i} + \varepsilon_t \tag{1}$$

$$\Delta x_t = \sum_{i=1}^{p}\Gamma'_i\Delta z_{t-i} + \eta_t \tag{2}$$

其中，$u_{t-1}=y_{t-1}-\beta' x_{t-1}$，一般情况下 β' 未知，对长期协整方程使用 OLS 估计可得其 k 维最小二乘估计的协整向量；ε_t 和 η_t 为独立同分布的随机误差项，且 $\varepsilon_t \sim i.i.d$（0，σ_ε^2），$\sigma_\varepsilon^2=\sigma_{yy}-\sigma_{yx}\Sigma_{xx}^{-1}\sigma_{xy}$，$\sigma_{yy}$、$\sigma_{xy}$ 和 Σ_{xx} 分别为标量 y_t 的方差、标量 y_t 和 k 维向量 x_t 的协方差向量及 k 维向量 x_t 的方差协方差矩阵；$\omega=\Sigma_{xx}^{-1}\sigma_{xy}$；$\phi$ 为线性调整系数，其值为一常数。此外，g（u_{t-1}）为依赖转移变量 u_{t-1} 变化而发生机制转移的非线性有界函数，因此，随着 u_{t-1} 取值的不同，u_{t-1} 对 Δy_t 的调整效应不同。在实际应用中，指数函数和逻辑斯蒂函数是转移函数 g（u_{t-1}）最为常用的函数形式，当转移函数取指数函数时，对应的 ST-ECM 模型为指数

型 ST-ECM 模型（Exponentional ST-ECM，简称 EST-ECM），当转移函数取逻辑斯蒂函数时，对应的 ST-ECM 模型为 Logistic ST-ECM 模型（简称 LST-ECM）。在满足一定的假设条件[①]时，向量 $z_t=(y_t, x'_t)$ 之间满足上述所述的 ST-ECM 模型。

2. 同方差情况下 ST-ECM 模型非线性协整检验的 sup$F$ 统计量

检验模型（2）是否存在非线性协整关系，只需建立统计量检验模型（1）中 $\phi=\gamma=0$ 是否成立，为此建立如下原假设和备择假设：

$$\mathrm{H}_0:\phi=\gamma=0;\mathrm{H}_1:\phi \text{ 和 } \gamma \text{ 至少一个不为 } 0 \tag{3}$$

然而，在原假设成立的情况下模型（1）存在 Davies（1977）问题，即当 $\gamma=0$ 时模型（1）中转移函数的参数 θ 是不可识别的。为克服参数不可识别问题，首先建立未识别参数的参数空间，然后在未识别参数的参数空间上进行全局搜索构造协整检验统计量的方法解决上述 Davies（1977）问题。为此，建立 sup$F$ 统计量如下所示：

$$\sup_{\theta\in\Theta_T}F=\sup_{\theta\in\Theta_T}\left(\frac{(SSR_0-SSR_1)/2}{SSR_0/(T-k-(k+1)p)}\right) \tag{4}$$

其中，$\Theta_T=[\underline{\theta}, \bar{\theta}]$ 为参数 θ 在实数集上的紧空间，借鉴 Park 和 Shintani（2016）对参数空间的设定，将 Θ_T 设定为转换函数 u_{t-1} 和样本量 T 的函数，即 $\Theta_T=[10^{-2}U_T, 100U_T]$，其中 $U_T=\left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}u_t^2\right)^{-1/2}$，这样的设定能够保证在原假设成立的条件下当 $T\to\infty$ 时 $\Theta_T\in R^-$；SSR_0 和 SSR_1 分别为参数 θ 在其参数空间 Θ_T 上取某一特定值时施加和未施加约束 H_0 时模型（1）的剩余平方和；$T-k-(k+1)p$ 为施加约束 H_0 后模型（1）的自由度。

南士敬等（2016）详细证明了式（4）所示的 sup$F$ 统计量的极限分布及其收敛性质，极限分布如下式（5）所示：

$$\begin{aligned}\sup_{\theta\in\Theta_T}F\Rightarrow&\sup_{\theta\in\Theta_T}\frac{1}{2}\left[\int_0^1W(r)dr\quad\lambda\int_0^1W(r)^2dU(r,\theta)\right]\\&\times\begin{bmatrix}\int_0^1W(r)^2dr & \lambda\int_0^1W(r)^2dU(r,\theta)\\ \lambda\int_0^1W(r)^2dU(r,\theta) & \kappa\int_0^1W(r)^2dr\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\int_0^1W(r)dr\\ \lambda\int_0^1W(r)^2dU(r,\theta)\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{5}$$

将上述长期协整方程既不包含截距项又不包含趋势项的情况记为 case1、仅包含截距项的情况记为 case2、既包含截距项又包含趋势项的情况记为 case3。case2 和 case3 情况下 sup$F$ 统计量的极限分布形式与式（5）所示的极限分布的表达式相同，只不过是将维纳过程 $W(r)$ 和 $U(r, \theta)$ 替换为中心化或去势的维纳过程 $\widetilde{W}(r)$、$\widetilde{U}(r, \theta)$ 和 $\overline{W}(r)$、$\overline{U}(r, \theta)$。由于基于 Wild Bootstrap 的协整检验方法不需要计算统计量的临界值，因此这里对 sup$F$ 统计量临界值不做深入探讨[②]。

3. 异方差情况下 ST-ECM 模型协整检验方法的提出

由于经济问题的复杂性，经济时间序列常常呈现出非线性性、非平稳性、异方差性等复杂统计特征，其建模时统计量的极限分布往往比较复杂，很难得到或者根本无法得到其解析

① 具体假设条件详见 Kapetanios 等（2006）、南士敬等（2016）。

② 统计量临界值求法及临界值表详见南士敬等（2016）。

式。Wild Bootstrap 方法从原始样本数据出发，不需要对总体分布进行假定或推导样本统计量的解析式，只需通过对样本进行重抽样，进而可对统计量的极限分布进行逼近，是现代计量经济理论研究中不可或缺的有力工具。该方法由 Wu（1986）最早提出，后经 Liu（1988）、Mammen（1993）等学者拓展而逐步完善，其最大特征是可以保留原始数据的波动结构，因此在处理残差存在异方差的情形时非常有效。

当残差存在异方差时，ST-ECM 模型形式如式（6）所示：

$$\Delta y_t = \phi u_{t-1} + \gamma g(u_{t-1})u_{t-1} + \omega'\Delta x_t + \sum_{i=1}^{p}\Gamma_i \Delta z_{t-i} + e_t \tag{6}$$

各变量和参数定义同式（1）。与其不同的是，误差项 e_t 并非像 ε_t 那样服从独立同分布的正态分布，而是具有异方差性。g（u_{t-1}）取指数函数或逻辑斯蒂函数时式（6）可以写成如下形式：

$$\Delta y_t = \phi u_{t-1} + \gamma u_{t-1}[1 - e^{-\theta u_{t-1}^2}] + \omega'\Delta x_t + \sum_{i=1}^{p}\psi_i{}'\Delta z_{t-i} + e_t \tag{7}$$

$$\Delta y_t = \phi u_{t-1} + \gamma u_{t-1}[1 + e^{-\theta u_{t-1}}]^{-1} + \omega'\Delta x_t + \sum_{i=1}^{p}\psi'_i\Delta z_{t-i} + e_t \tag{8}$$

其中，式（7）为 EST-ECM 模型，式（8）为 LST-ECM 模型。同样，为检验是否存在非线性调整效应，可以考虑在模型（7）或（8）中建立如式（4）所示的统计量检验 $\phi=\gamma=0$ 是否成立。然而，与同方差情况不同的是模型（7）或（8）中的残差项 e_t 存在异方差，如前文所述，当模型残差存在异方差时，基于统计量临界值的检验方法很可能会存在较严重的检验水平扭曲。由于 Wild Bootstrap 方法在重复抽样过程中能够保留误差项中隐藏的信息，在各种未知形式的异方差类型下都具有较好的适用性，且 sup$F$ 统计量在同方差情况下 ST-ECM 模型的非线性协整检验中具有较好的统计性质①，因此我们将基于 Wild Bootstrap 方法的 sup$F$ 型统计量应用到异方差情况下 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题研究中，借鉴 Goncalves 和 Killian（2004）、Cavaliere 和 Taylor（2008）和 Maki（2015b）的做法，以 EST-ECM 模型为例，具体检验过程如下所示：

（1）在未识别参数 θ 的参数空间 Θ_T 上估计模型（7）得到 ω 和 ψ 的估计值 $\hat{\omega}$ 和 $\hat{\psi}$，supF_{EEC} 统计量的值及残差项 $\hat{e}_t$。

（2）对所得残差项 $\hat{e}_t$ 按以下规则进行变换：$e_t^* = \varsigma_t\hat{e}_t$，$\varsigma_t$ 为满足 E（ς_t）$=0$ 和 E（ς_t^2）$=1$ 的独立同分布的随机变量。一阶矩 E（ς_t）$=0$ 和二阶矩 E（ς_t^2）$=1$ 是保证 Wild Bootstrap 过程有效性的基本条件。事实上，满足这一条件的随机变量 ς_t 可设定为多种不同的分布函数形式，在实际应用中，比较常见的设定是正态分布。这里，我们将 ς_t 设定为 $\varsigma_t^2 \sim$ N（0，1）。

（3）将 e_t^*、$\hat{\omega}$ 和 $\hat{\psi}$ 代入如式（7）所示的原假设 $\phi=\gamma=0$ 成立时调整效应不存在情况下的数据生成过程：$\Delta y_t^* = \hat{\omega}'\Delta x_t + \sum_{i=1}^{p}\hat{\psi}'_i\Delta z_{t-i} + e_t^*$，由于只要满足 E（$y_0^{*2}$）$<\infty$，该检验的极限分布就不会受到初始条件的影响，因此我们将初始值设定为零，容易得到 y_t^*。

（4）使用 OLS 对第三步中得到的 y_t^* 和 x_t 进行长期协整方程的估计，容易得到 $\hat{\beta}'_b$ 和 $\hat{u}_t^*$，$\hat{u}_t^* = y_t^* - \hat{\beta}'_b x_t$。如果长期协整方程中含有截距项或者既含有截距项又含有趋势项，那

① 详见南士敬等（2016）。

么在 Bootstrap 之前需要对残差进行中心化或去除趋势处理。

（5）使用第三步产生的 Δy_t^* 及第四步产生的 $\hat{u}_t^*$ 对以下模型（9）进行估计并构建 $\sup F_{EEC}^b$ 统计量对 $\phi_b=\gamma_b=0$ 进行检验。

$$\Delta y_t^* = \phi_b \hat{u}_{t-1}^* + \gamma_b \hat{u}_{t-1}^* [1-e^{-\theta \hat{u}_{t-1}^{*2}}] + \omega_b' \Delta x_t + \sum_{i=1}^{p} \psi_{bi}' \Delta z_{t-i} + \nu_t \tag{9}$$

$\sup F_{EEC}^b$ 统计量的表达式为：

$$\sup_{\theta \in \Theta_T^b} F_{EEC}^b = \sup_{\theta \in \Theta_T^b} \left(\frac{(SSR_0^b - SSR_1^b)/2}{SSR_0^b/(T-2-k-(k+1)p)} \right) \tag{10}$$

其中，SSR_0^b 和 SSR_1^b 分别为对模型（9）施加约束 $\phi_b=\gamma_b=0$ 和未施加此约束时的残差平方和。Θ_T^b 为转移变量 $\hat{u}_t^*$ 和样本量 T 的函数，即 $\Theta_T^b=[10^{-2}U_T^b, 100U_T^b]$，其中 $U_T^b = \left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} u_t^{*2}\right)^{-1/2}$。

6）重复第二步至第五步 B 次可以得到 $\sup F_{EEC}^b$ 统计量的经验分布，$\sup F_{EEC}^b$ 统计量极限分布的 Bootstrap p 值可定义为：

$$p_b(\sup F_{EEC}) = \frac{1}{B}\sum_{j=1}^{B} I(\sup F_{EEC}^b < \sup F_{EEC}) \tag{11}$$

其中，I（$\sup F_{EEC}^b < \sup F_{EEC}$）为示性函数，当 $\sup F_{EEC}^b < \sup F_{EEC}$ 时取值为 1，否则，取值为 0。

上述是 EST-ECM 模型的 Wild Bootstrap 非线性协整检验方法，如果在操作过程中将指数函数换做逻辑斯蒂函数便可得到 LST-ECM 模型的 Wild Bootstrap 非线性协整检验方法，对应的 $\sup F$ 和 $\sup F^b$ 统计量分别记为 $\sup F_{LEC}$ 和 $\sup F_{LEC}^b$。从上述 ST-ECM 模型的 Wild Bootstrap 非线性协整检验方法可以看出此过程中不需要临界值，故无需查表，且其最大优势是可以处理各种类型异方差情况下 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题。

4. $\sup F^b$ 统计量极限分布的推导

接下来，推导 $\sup F^b$ 统计量的极限分布。Mammen（1993）指出：在通常情况下，Wild Bootstrap 是渐近有效的，即 Bootstrap 统计量的极限分布和原始统计量的极限分布是相同的。因此，当模型（7）或（8）中误差项 e_t 同模型（1）一样为独立同分布的正态序列时，$\sup F^b$ 统计量的极限分布与 $\sup F$ 统计量的极限分布相同，如式（5）所示。然而，当误差项 e_t 存在异方差时，$\sup F^b$ 统计量的极限分布不再与 $\sup F$ 统计量的极限分布相同，而与误差项 e_t 异方差的类型有关。为说明误差项 e_t 对 $\sup F^b$ 统计量的极限分布的影响，设定 $e_t=\sigma_t\delta_t$，其中，对于 $s\in[0,1]$，满足 $\sigma_{\lceil sT \rceil}=\omega(s)$，$\omega(s)$ 为非随机且严格为正；误差项 δ_t 为满足以下三个条件的鞅差序列：1）对于所有的 t，满足 $E(\delta_t^2)=\delta_\eta^2=1$；2）$T^{-1}\sum_{t=1}^{T}\delta_t^2 \xrightarrow{p} \sigma_n^2<\infty$；3）对所有的 t，对给定的 $q\geqslant 4$，有 $E(|\delta_t|^q)<\infty$。

上述假定①可以满足使 σ_t 包含传统协整检验中的同方差 $\sigma_t=\sigma$ 的情况，同时也包含其他任何形式的异方差情况。如 Cavaliere 和 Taylor（2008）研究所指出的，在 σ_t 和 δ_t 满足上述假定的条件下，$\sup F^b$ 统计量中的布朗运动不再是标准的布朗运动 $W(r)$ 而是方差转换后

① 对假定的详细讨论见 Cavaliere 和 Taylor（2008）。

的随时间变化的布朗运动 $W_\xi(r)$，$W_\xi(r)=W(\xi(r))$，其中 $\xi(r)$ 为过程的方差分布①，$\xi(r)=(\int_0^1\omega(r)^2dr)^{-1}\int_0^s\omega(r)^2dr$。

Cavaliere 和 Taylor（2007）指出，当误差项 e_t 为异方差时，e_t 的部分和数弱收敛于 $W_\xi(r)$，同时有 $\hat{\sigma}^2\xrightarrow{p}\bar{\omega}^2$，其中 $\hat{\sigma}^2$ 为 ST-ECM 模型残差的方差估计值，$\bar{\omega}^2=\int_0^1\omega(r)^2dr$。通过使用方差转换的布朗运动可以得到条件或非条件异方差的极限分布。Cavaliere 和 Taylor（2007、2008）指出，在异方差情形下将标准的布朗运动 $W(r)$ 替换为经过方差转换的布朗运动 $W_\xi(r)$ 便可得到异方差情况下检验统计量的极限分布，因此异方差情形下 sup$F$ 统计量的极限分布为：

$$\sup_{\theta\in\Theta_T}F\Rightarrow\sup_{\theta\in\Theta_T}\frac{1}{2}\left[\int_0^1W_\xi(r)dr\quad\lambda\int_0^1W_\xi(r)dU_\xi(r,\theta)\right]\times\begin{bmatrix}\int_0^1W_\xi(r)^2dr & \lambda\int_0^1W_\xi(r)^2dU_\xi(r,\theta)\\ \lambda\int_0^1W_\xi(r)^2dU_\xi(r,\theta) & \kappa\int_0^1W_\xi(r)^2dr\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\int_0^1W_\xi(r)dr\\ \lambda\int_0^1W_\xi(r)dU_\xi(r,\theta)\end{bmatrix}\tag{12}$$

上述分析说明，原假设成立的情况下使用如式（5）所示的极限分布去检验当异方差存在时 ST-ECM 模型是否存在非线性调整效应是不合适的，并且很可能会发生检验水平扭曲。

由 Cavaliere 和 Taylor（2008）定理 2 知，Bootstrap 样本 $y_t^*\xrightarrow{w}{}_p\bar{\omega}W(r)$，$\hat{\sigma}^{*2}\xrightarrow{w}{}_p\bar{\omega}^2$，其中 $\xrightarrow{w}{}_p$ 表示依概率弱收敛，$\hat{\sigma}^{*2}$ 为 Bootstrap 回归方程的残差方差。使用上述结论及连续映照定理可以得到异方差情况下 supF^b 统计量的极限分布如式（13）所示：

$$\sup_{\theta\in\Theta_T}F^b\xrightarrow{w}{}_p\sup_{\theta\in\Theta_T}\frac{1}{2}\left[\int_0^1W_\xi(r)dr\quad\lambda\int_0^1W_\xi(r)dU_\xi(r,\theta)\right]\times\begin{bmatrix}\int_0^1W_\xi(r)^2dr & \lambda\int_0^1W_\xi(r)^2dU_\xi(r,\theta)\\ \lambda\int_0^1W_\xi(r)^2dU_\xi(r,\theta) & \kappa\int_0^1W_\xi(r)^2dr\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\int_0^1W_\xi(r)dr\\ \lambda\int_0^1W_\xi(r)dU_\xi(r,\theta)\end{bmatrix}\tag{13}$$

上述分析说明异方差情况下 supF^b 统计量与异方差情况下 sup$F$ 统计量有相同的极限分布，使用 supF^b 统计量得到的 p 值进行协整检验可以得到合理的检验水平。由 supF^b 的极限分布式（13）易知，在原假设成立的条件下，supF^b 收敛于复杂的随机泛函；而在备择假设成立的条件下，当 $T\to\infty$时，supF^b 发散至正无穷大②。

三、supF^b 统计量有限样本性质检验

接下来考察数据生成过程为 EST-ECM 模型和 LST-ECM 模型时 supF^b_{EEC} 和 supF^b_{LEC} 统计量的有限样本性质。统计量的有限样本性质包括两个方面的内容，一是名义显著性水平对应临界值下的实际显著性水平（size），又称检验水平；二是检验的功效（power），又称检验势③。一个好的统计量的检验水平应该与名义显著性水平大致相等，而功效越大越好。Wild Boot-

① 详细证明过程见 Cavaliere 和 Taylor（2008、2009）。

② 限于篇幅，证明过程略去。

③ 对 size 和 power 的详细定义见南士敬等（2016）。

strap 检验时所有仿真实验进行 10000 次，Bootstrap 重复 1000 次。仿真实验产生 $T+100$ 个数据，为消除初始值的影响舍弃前 100 个数据。为了便于比较，我们给出了 EG 统计量、基于泰勒展开的 F_{EEC} 和 F_{LEC} 非线性协整检验统计量以及基于参数空间的 $\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F_{LEC}$ 非线性协整检验统计量的检验水平和功效。名义显著性水平设定为 5%，考察各统计量的检验水平时将样本量设定为 $T=100$、200，为节省篇幅，本文仅汇报样本量 $T=100$ 时各统计量的功效水平。以下所有仿真实验均是在 case2 情况下进行的，同时由于研究的重点是考察异方差对协整检验的影响，为了简便起见不考虑自变量的滞后项。下面分别对残差为 BEKK-GARCH 型和二元 SV 型异方差的情况进行考察。

1. BEKK-GARCH 下 $\sup F^b$ 统计量的有限样本性质

BEKK-GARCH 模型能很好地刻画不同变量波动率之间的相互依赖性。首先，考察当误差项存在 BEKK-GARCH 型异方差时 EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{LEC}$、$\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 统计量的检验水平和功效。数据的生成过程如下式所示：

$$\Delta y_t = \phi u_{t-1} + \gamma u_{t-1}(1-e^{-\theta u_{t-1}^2}) + \omega\Delta x_t + u_{1t} \tag{14}$$

$$\Delta y_t = \phi u_{t-1} + \gamma u_{t-1}[1+\exp(-\theta u_{t-1})]^{-1} + \omega\Delta x_t + u_{1t} \tag{15}$$

$$\Delta x_t = u_{2t} \tag{16}$$

$$u_t = y_t - \beta x_t \tag{17}$$

其中，u_{1t} 和 u_{2t} 服从如下二元 BEKK-GARCH 过程：

$$(u_{1t} \quad u_{2t})' = H_t^{1/2}(\varepsilon_{1t} \quad \varepsilon_{2t})' \tag{18}$$

$$H_t = A + B\begin{bmatrix} u_{1,t-1}^2 & u_{1,t-1}u_{2,t-1} \\ u_{2,t-1}u_{1,t-1} & u_{2,t-1}^2 \end{bmatrix}B' + C\begin{bmatrix} h_{11,t-1} & h_{12,t-1} \\ h_{21,t-1} & h_{22,t-1} \end{bmatrix}C' \tag{19}$$

其中，$\varepsilon_{it} \sim i.i.d.N$（0，1），$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$，$B=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix}$，$C=\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ 0 & c_{22} \end{bmatrix}$。

在长期协整方程和非线性 ST-ECM 模型数据生成过程中，设定 $\beta=1$。在原假设成立的条件下，即考察统计量的实际显著性水平时，设定 $\phi=\gamma=0$，$\omega=\{0, 0.1\}$；在备择假设成立的条件下，即考察各统计量的功效时，设定 ϕ 和 γ 的值为非 0。同时为考察参数的变化对有限样本性质的影响，设定 $\phi=\{-0.1\}$、$\gamma=\{-0.5, -0.1\}$、$\theta=\{0.1, 0.01\}$、$\omega=\{0.1\}$。在误差项数据生成过程中，设定 $a_{11}=a_{22}=1$，考虑 BEKK-GARCH 模型的稳定性及不同异方差强度对检验水平和功效的影响，设定 $(b_{11}, c_{11})=(b_{22}, c_{22})=\{(0.2, 0.2), (0.4, 0.4), (0.9, 0.3), (0.7, 0.7)\}$，为表述方便将上述四种情况记为 GARCH1、GARCH2、GARCH3 和 GARCH4，GARCH1 和 GARCH2 异方差特征较弱，GARCH3 和 GARCH4 异方差特征明显。为考察 u_{1t} 和 u_{2t} 两者相关性强弱对检验水平和功效的影响，设定 $a_{12}=a_{21}=b_{12}=c_{12}=0$ 和 $a_{12}=a_{21}=b_{12}=c_{12}=0.5$ 两种情况，并将其记为 case ⅰ 和 case ⅱ。

Case ⅰ 和 case ⅱ 两种情况下，同方差、GARCH1、GARCH2、GARCH3 和 GARCH4 五种情形时，EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{LEC}$、$\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 七个统计量在样本量 T 为 100 和 200 时的检验水平如表 1 所示。从表 1 可以看出，当误差项为同方差时，这七个统计量的检验水平均与名义显著性水平 0.05 接近，显示出较好的统计性质。当误差项存在

表 1 BEKK-GARCH 下各统计量的有限样本性质（size，$\alpha=0.05$）

T	类型		ω	EG	F_{EEC}	F_{LEC}	$\sup F_{EEC}$	$\sup F_{LEC}$	$\sup F^{b}_{EEC}$	$\sup F^{b}_{LEC}$
100	同方差		0	0.0478	0.0531	0.0498	0.0512	0.0490	0.0503	0.0502
			0.1	0.0502	0.0498	0.0528	0.0490	0.0494	0.0473	0.0504
	case ⅰ	GARCH1	0	0.0561	0.0545	0.0496	0.0447	0.0557	0.0459	0.0463
			0.1	0.0531	0.0508	0.0512	0.0514	0.0533	0.0480	0.0520
		GARCH2	0	0.0584	0.0645	0.0507	0.0554	0.0578	0.0472	0.0521
			0.1	0.0623	0.0644	0.0594	0.0557	0.053	0.0453	0.0492
		GARCH3	0	0.1083	0.1705	0.1086	0.1428	0.1202	0.0581	0.0478
			0.1	0.1076	0.1766	0.1131	0.1480	0.1128	0.0560	0.0566
		GARCH4	0	0.1033	0.1428	0.1060	0.1110	0.1022	0.0520	0.0536
			0.1	0.1055	0.1479	0.1061	0.1074	0.1034	0.0519	0.0504
	case ⅱ	GARCH1	0	0.0520	0.0594	0.059	0.0554	0.0576	0.0469	0.0494
			0.1	0.0532	0.0649	0.0598	0.0610	0.0514	0.0468	0.0498
		GARCH2	0	0.0649	0.0857	0.0746	0.0716	0.0712	0.0453	0.0473
			0.1	0.0632	0.0868	0.0685	0.0774	0.0698	0.0441	0.0501
		GARCH3	0	0.1491	0.2628	0.2018	0.2332	0.2034	0.0671	0.0685
			0.1	0.1554	0.2623	0.2028	0.2180	0.1952	0.0690	0.0673
		GARCH4	0	0.1426	0.2063	0.1582	0.1392	0.1518	0.0660	0.0671
			0.1	0.1394	0.1996	0.1549	0.1500	0.154	0.0521	0.0616
200	同方差		0	0.0494	0.0518	0.0523	0.0501	0.0484	0.057	0.0508
			0.1	0.0470	0.0520	0.0488	0.0507	0.0500	0.052	0.0562
	case ⅰ	GARCH1	0	0.0496	0.0515	0.0483	0.0515	0.0547	0.0467	0.0475
			0.1	0.0458	0.0514	0.0491	0.0579	0.0506	0.0468	0.0484
		GARCH2	0	0.0498	0.0603	0.0512	0.0633	0.0554	0.0463	0.0500
			0.1	0.0525	0.0563	0.0528	0.0591	0.0532	0.0474	0.0498
		GARCH3	0	0.0997	0.1989	0.1249	0.1760	0.1248	0.0514	0.0531
			0.1	0.1032	0.1990	0.1203	0.1684	0.1322	0.0610	0.0572
		GARCH4	0	0.1079	0.1831	0.1178	0.1510	0.1174	0.0492	0.0531
			0.1	0.1082	0.1790	0.1089	0.1438	0.1156	0.0531	0.0572
	case ⅱ	GARCH1	0	0.0503	0.0574	0.0551	0.0584	0.0524	0.0466	0.0502
			0.1	0.0515	0.0588	0.0525	0.0560	0.057	0.0462	0.0498
		GARCH2	0	0.0541	0.0823	0.0667	0.0760	0.0672	0.0473	0.0509
			0.1	0.0537	0.0814	0.0702	0.0724	0.0682	0.0481	0.0497
		GARCH3	0	0.1548	0.3230	0.2258	0.2712	0.2162	0.0681	0.0681
			0.1	0.1640	0.3192	0.2191	0.2784	0.2168	0.0671	0.0683
		GARCH4	0	0.1612	0.2777	0.1951	0.1692	0.1924	0.0631	0.0630
			0.1	0.1490	0.2797	0.1954	0.1774	0.1916	0.0572	0.0557
平均值				0.0868	0.1324	0.0995	0.1098	0.0993	0.0526	0.0541
τ				74.74%	164.77%	99.44%	120.32%	98.98%	11.73%	9.93%

异方差特征时，除了基于 Wild Bootstrap 的 $\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 统计量外，其他五个统计量均有不同程度的检验水平扭曲，且水平扭曲程度随着异方差特征的增强而增大。上述特征不受样本量大小、ω 取值和误差项间异方差相关程度的影响，例如，当样本量 $T=100$、case 取第一种情形 case ⅰ、ω 取值为 0 时，GARCH1 和 GARCH2 两种情况下，EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F_{LEC}$ 五个统计量的检验水平分别为 0.0561、0.0545、0.0496、0.0447、0.0557 和 0.0584、0.0645、0.0507、0.0554、0.0578，虽然有一定程度的水平扭曲但相对较小；当样本量 $T=200$、case 取第二种情形 case ⅱ、ω 值为 0.1 时，GARCH3 和 GARCH4 两种情况下，EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F_{LEC}$ 五个统计量的检验水平分别为 0.1548、0.3230、0.2258、0.2712、0.2162 和 0.1490、0.2797、0.1954、0.1774、0.1916，检验水平远远大于名义显著性水平，水平扭曲程度严重。然而，$\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 这两个统计量的检验水平始终处于名义显著性水平 0.05 附近，显示出其统计性质的优良性。从检验水平随参数变化来看，样本量 T 的增大并没有减小检验水平扭曲程度，检验水平也不随 ω 取值及误差项间异方差特征相关程度的变化呈现出规律性变化。从检验水平均值和水平扭曲程度比率①来看，EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{LEC}$、$\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 七个统计量的检验水平均值分别为 0.0868、0.1324、0.0995、0.1098、0.0993、0.0526、0.0541，前五个统计量的检验水平均值远远大于 0.05 的名义显著性水平，甚至 F_{EEC} 的均值已接近其名义显著性水平的三倍；其水平扭曲程度比率分别为 74.74%、164.77%、99.44%、120.32%、98.98%、11.73%、9.93%，除 $\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 统计量的扭曲程度比率在可接受的范围内外，其他五个统计量的水平扭曲程度过于严重。检验水平远远大于其名义显著性水平说明当原假设（变量间不存在协整关系）成立时，由于误差项异方差特征的存在导致常规的 EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F_{LEC}$ 协整检验统计量得出变量间存在协整关系的结论的概率增大，即“伪协整”概率增大，而基于 Wild Bootstrap 的 $\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 统计量能够大大降低“伪协整”出现的概率。综上所述，$\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 统计量具有较低的水平扭曲程度，统计性质优良。

接下来考察各统计量的功效水平，表 2 给出了当样本量 $T=100$，case ⅰ 和 case ⅱ 两种情况下，同方差、GARCH1、GARCH2、GARCH3 和 GARCH4 五种情形时，EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{LEC}$、$\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 七个统计量在非线性调整系数 γ 和平滑转移参数 θ 取不同值时的功效水平。从随参数变化各统计量功效水平的变化来看，EG、F_{EEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{EEC}$ 这四个统计量的功效水平随非线性调整系数 γ 绝对值和平滑转移参数 θ 取值的增大而增大，而 $\sup F_{LEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 统计量的功效水平随非线性调整系数 γ 绝对值的增大而增大，随平滑转移参数 θ 取值的增大而减小；各统计量的功效水平并没有随异方差特征相关程度的变化而呈现出规律性变化。从各统计量的功效水平随异方差强度变化来看，EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F_{LEC}$ 这五个统计量的功效水平随着异方差强度的增强而变大，这种特征在非线性调整系数 γ 绝对值较小时表现的较为明显，如 case ⅰ 情况下，当数据的生成过程为 EST-ECM 模型，残差方差类型为同方差、GARCH1 和 GARCH2，参数 $\gamma=-0.1$、$\theta=0.01$ 时，EG、F_{EEC} 和 $\sup F_{EEC}$ 统计量的功效水平分别为 0.2135、0.4174、0.3892，0.2190、0.4298、0.4102 和 0.2488、0.5016、0.4428；而其他情况不变异方差类型为 GARCH3 和 GARCH4 时，EG、F_{EEC} 和 $\sup F_{EEC}$ 统计量的功效水平分别为 0.4366、0.7564、0.7216 和 0.4862、

① 水平扭曲程度比率定义详见南士敬等（2016）。

表 2　BEKK-GARCH 下各统计量的有限样本性质（power，$\alpha=0.05$，$T=100$）

类　型		γ	θ	EST-ECM EG	EST-ECM F_{EEC}	EST-ECM $\sup F_{EEC}$	EST-ECM $\sup F^{\gamma}_{EEC}$	LST-ECM EG	LST-ECM F_{LEC}	LST-ECM $\sup F_{LEC}$	LST-ECM $\sup F^{\gamma}_{LEC}$
同方差		−0.5	0.1	0.9974	0.9998	0.9996	0.9988	0.9879	0.9997	0.9998	1.0000
			0.01	0.4218	0.7785	0.7235	0.7317	0.9928	0.9998	0.9998	0.9998
		−0.1	0.1	0.4195	0.7434	0.6937	0.6967	0.3437	0.6660	0.6787	0.7305
			0.01	0.2135	0.4174	0.3892	0.4022	0.3491	0.6688	0.6850	0.7273
case ⅰ	GARCH1	−0.5	0.1	0.9990	0.9996	0.9994	1.0000	0.9866	0.9996	1.0000	0.9998
			0.01	0.4464	0.7898	0.7464	0.7099	0.9934	0.9996	1.0000	0.9999
		−0.1	0.1	0.4358	0.7566	0.7092	0.6834	0.3440	0.6592	0.6722	0.6568
			0.01	0.2190	0.4298	0.4102	0.3679	0.3536	0.6758	0.6958	0.6896
	GARCH2	−0.5	0.1	0.9994	1.0000	0.9998	0.9986	0.9804	0.9998	0.9992	0.9917
			0.01	0.5604	0.8776	0.8350	0.7876	0.9886	1.0000	1.0000	0.9948
		−0.1	0.1	0.4716	0.7926	0.7528	0.6857	0.3636	0.6602	0.6898	0.6523
			0.01	0.2488	0.5016	0.4428	0.3892	0.3702	0.6758	0.6908	0.6586
	GARCH3	−0.5	0.1	0.9948	0.9984	0.9988	0.9692	0.8732	0.9696	0.9802	0.9288
			0.01	0.9164	0.9806	0.9690	0.9365	0.9436	0.9912	0.9942	0.9749
		−0.1	0.1	0.5832	0.8676	0.8352	0.5871	0.4220	0.7120	0.7276	0.6702
			0.01	0.4366	0.7564	0.7216	0.4944	0.4252	0.7404	0.7470	0.6836
	GARCH4	−0.5	0.1	0.9984	1.0000	0.9998	0.9899	0.8180	0.9596	0.9630	0.9415
			0.01	0.9866	0.9950	0.9932	0.9194	0.9466	0.9924	0.9950	0.9657
		−0.1	0.1	0.5992	0.8768	0.8440	0.6679	0.3892	0.7056	0.7154	0.6115
			0.01	0.4862	0.8250	0.7696	0.5956	0.4158	0.7364	0.7577	0.6326
case ⅱ	GARCH1	−0.5	0.1	0.9988	0.9900	0.9858	0.9289	0.9922	0.9862	0.9868	0.9716
			0.01	0.5154	0.4236	0.3884	0.3938	0.9964	0.9882	0.9918	0.9576
		−0.1	0.1	0.5260	0.4072	0.3884	0.3972	0.4628	0.3626	0.3774	0.4026
			0.01	0.2914	0.2106	0.2212	0.2176	0.4638	0.3652	0.3710	0.3747
	GARCH2	−0.5	0.1	0.9992	0.9978	0.9964	0.9786	0.9834	0.9710	0.9778	0.9276
			0.01	0.7140	0.6666	0.6170	0.5461	0.9854	0.9804	0.9808	0.9488
		−0.1	0.1	0.6152	0.5308	0.4760	0.4357	0.4796	0.3950	0.4106	0.3557
			0.01	0.3644	0.3164	0.2800	0.2805	0.4816	0.4056	0.4098	0.3559
	GARCH3	−0.5	0.1	0.9898	0.9980	0.9972	0.9785	0.7818	0.8960	0.9036	0.7876
			0.01	0.9800	0.9906	0.9818	0.8868	0.9074	0.9786	0.9822	0.8839
		−0.1	0.1	0.6550	0.8232	0.7594	0.4637	0.4820	0.6530	0.6710	0.4977
			0.01	0.5838	0.7786	0.7190	0.4538	0.5058	0.6828	0.6914	0.5611
	GARCH4	−0.5	0.1	0.9954	0.9998	0.9998	0.9858	0.6212	0.8564	0.8750	0.7761
			0.01	0.9960	0.9996	0.9996	0.9815	0.8242	0.9714	0.9752	0.9715
		−0.1	0.1	0.6190	0.8950	0.8598	0.6721	0.4152	0.7244	0.7402	0.5988
			0.01	0.6090	0.9018	0.8558	0.6493	0.4210	0.7588	0.7708	0.6722
平均值				0.6635	0.7866	0.7600	0.6914	0.6692	0.7996	0.8085	0.7654

0.8250、0.7696。异方差类型为 GARCH3 和 GARCH4 时，EG、F_{EEC} 和 $\sup F_{EEC}$ 统计量的功效水平远远大于异方差类型为同方差、GARCH1 和 GARCH2 时对应统计量的功效水平，case ⅱ 情况下以及数据生成过程为 LST-ECM 模型时 case ⅰ 和 case ⅱ 两种情况也与上述特征表现出来的特征相似。其实，这种功效水平的提升并非其真正意义上统计量功效水平的提升，而是由于模型误差项中存在的较大强度的异方差导致的功效水平的提升，对此我们称之为“伪功效”。而基于 Wild Bootstrap 的 $\sup F_{LEC}^{b}$ 和 $\sup F_{EEC}^{b}$ 统计量较其他统计量而言表现出较强的稳健性，即随着异方差强度的增大其功效水平并没有表现出明显的提升，如当数据的生成过程为 LST-ECM 模型，参数 $\gamma=-0.1$、$\theta=0.01$ 时，同方差、case ⅰ 下的 GARCH1 和 GARCH2 三种情况下 $\sup F_{LEC}^{b}$ 统计量的功效水平分别为 0.7273、0.6896 和 0.6586；而其他情况不变异方差类型为 case ⅰ 下的 GARCH3 和 GARCH4 时，$\sup F_{LEC}^{b}$ 统计量的检验水平分别为 0.6836 和 0.6326。异方差类型为 GARCH3 和 GARCH4 时 $\sup F_{LEC}^{b}$ 统计量的功效水平与异方差类型为同方差、GARCH1 和 GARCH2 时对应统计量的功效水平接近。从各统计量的功效水平均值来看，当数据生成过程为 EST-ECM 和 LST-ECM 模型时，EG、F_{EEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{EEC}^{b}$ 和 EG、F_{LEC}、$\sup F_{LEC}$、$\sup F_{LEC}^{b}$ 统计量的功效水平均值分别为 0.6635、0.7866、0.7600、0.6914 和 0.6692、0.7996、0.8085、0.7654，F_{EEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 F_{LEC}、$\sup F_{LEC}$ 统计量的功效水平要大于 $\sup F_{EEC}^{b}$ 和 $\sup F_{LEC}^{b}$ 统计量的功效水平，而这种情况的出现很可能是由于异方差强度增强时所导致的 F_{EEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 F_{LEC}、$\sup F_{LEC}$ 统计量出现“伪功效”所致。

综上所述，在误差项存在 BEKK-GARCH 型异方差时，基于 Wild Bootstrap 的 $\sup F_{EEC}^{b}$ 和 $\sup F_{LEC}^{b}$ 统计量较 EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{LEC}$ 统计量而言具有较低的水平扭曲且具有相当水平的功效，因此，$\sup F_{EEC}^{b}$ 和 $\sup F_{LEC}^{b}$ 统计性质优良，在怀疑残差为 GARCH 型异方差时应该使用 $\sup F_{EEC}^{b}$ 和 $\sup F_{LEC}^{b}$ 统计量对 ST-ECM 模型进行协整检验。

2. 二元 SV 下 $\sup F^{b}$ 统计量的有限样本性质

SV 模型认为波动率由潜在的不可观测的随机过程所决定，很多情况下描述金融时间序列的波动聚集特征时较 GARCH 类模型性质更为优良。接下来考察当残差项的数据生成过程为二元 SV 模型时各协整检验统计量的功效。在长期协整方程和非线性 ST-ECM 模型数据生成过程中，模型和模型中各参数的设定同残差为 BEKK-GARCH 型异方差时考察 $\sup F^{b}$ 统计量有限样本性质时的设定，即数据生成过程如式（14）至式（17）所示。与之不同的是，误差项数据生成过程如下所示：

$$(u_{1t}\quad u_{2t})'=\Omega_t^{1/2}(\varepsilon_{1t}\quad \varepsilon_{2t})' \tag{20}$$

$$\Omega_t=\begin{pmatrix}\exp(h_{1t}/2) & 0\\ 0 & \exp(h_{2t}/2)\end{pmatrix} \tag{21}$$

$$h_{1t}=\phi_1 h_{1t-1}+\eta_{1t} \tag{22}$$

$$h_{2t}=\phi_2 h_{2t-1}+\eta_{2t} \tag{23}$$

$$\begin{pmatrix}\eta_{1t}\\ \eta_{2t}\end{pmatrix}=N\left(\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}\sigma_1^2 & \rho\sigma_1\\ \rho\sigma_2 & \sigma_2^2\end{pmatrix}\right) \tag{24}$$

其中，$\varepsilon_{it}\sim i.i.d.\,N(0,1)$，$\sigma_1^2$ 和 σ_2^2 为随机误差项 η_{1t} 和 η_{2t} 的方差，参数 ϕ_1 和 ϕ_2 表示误差项 u_{1t} 和 u_{2t} 异方差特征强弱程度的指标。参数设定方面，为考察不同随机波动强度对检

验水平和功效的影响，设定（ϕ_1，σ_1^2）=（ϕ_2，σ_2^2）={（0.4，0.2），（0.9，0.2），（0.4，0.9），（0.9，0.9)}。为表述方便并将上述四种情况分别记为 SV1、SV2、SV3 和 SV4，SV1 和 SV2 异方差特征较弱，SV3 和 SV4 异方差特征较强。为考察 η_{1t} 和 η_{2t} 相关性对检验水平和功效的影响，设定 $\rho=0$ 和 $\rho=0.5$ 两种情况，并将其记为 case ⅰ 和 case ⅱ。同时为便于比较，给出同方差情况下各统计量的检验水平和功效。

Case ⅰ 和 case ⅱ 两种情况下同方差、SV1、SV2、SV3 和 SV4 五种情形时，EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{LEC}$、$\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 七个统计量的检验水平如表 3 所示。表 3 与表 1 表现出相似的特征，即当误差项为同方差时，这七个统计量的检验水平均与名义显著性水平 0.05 接近，显示出较好的统计性质。当误差项存在异方差特征时，除基于 Wild Bootstrap 的 $\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 统计量外，其他五个统计量均有不同程度的水平扭曲，且水平扭曲程度随着异方差强度的增强而增大，这种特征不受样本量大小、ω 取值和误差项间异方差相关程度的影响。从检验水平随各参数的变化来看，样本量 T 的增大并没有减小检验水平扭曲程度，检验水平不随 ω 取值及误差项间异方差相关程度的变化呈现出规律性变化。从检验水平均值和水平扭曲程度比率来看，EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{LEC}$、$\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 七个统计量的均值分别为 0.0831、0.1291、0.1023、0.1170、0.1000、0.0504 和 0.0519，前五个统计量的检验水平均值远远大于其名义显著性水平；其扭曲程度比率分别为 67.18%、158.13%、104.67%、134.10%、100.50%、10.26% 和 10.42%，除 $\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 统计量的扭曲程度比率为 10.26% 和 10.42% 在可接受的范围内外，其他五个统计量的水平扭曲程度过于严重。综上所述，当误差项存在随机波动型异方差特征时，$\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 统计量具有较低的水平扭曲程度，统计性质较为优良。

接下来考察各统计量的功效水平，表 4 给出了当样本量为 $T=100$，case ⅰ 和 case ⅱ 两种情况下，同方差、SV1、SV2、SV3 和 SV4 五种情形时，EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{LEC}$、$\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 七个统计量在非线性调整系数 γ 和平滑转移参数 θ 取不同值时的功效水平。表 4 中各统计量表现出与表 2 相类似的特征：从随参数变化各统计量功效水平的变化来看，EG、F_{EEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{EEC}$ 统计量的功效水平随非线性调整系数 γ 的绝对值和平滑转移参数 θ 取值的增大而增大，$\sup F_{LEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 统计量的功效水平随非线性调整系数 γ 绝对值的增大而增大，随平滑转移参数 θ 取值的增大而减小，各统计量的功效水平并没有随异方差相关程度的变化呈现出规律性变化；从各统计量的功效水平随异方差强度变化来看，EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F_{LEC}$ 统计量的功效水平随着异方差强度的增强而变大，而基于 Wild Bootstrap 方法构造的 $\sup F^b_{LEC}$ 和 $\sup F^b_{EEC}$ 统计量较其他统计量而言表现出较强的稳健性，即随着异方差强度的增大其功效水平并没有得到出明显的提升；从各统计量的功效水平均值来看，当数据生成过程为 EST-ECM 模型和 LST-ECM 模型时，EG、F_{EEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F^b_{EEC}$ 和 EG、F_{LEC}、$\sup F_{LEC}$、$\sup F^b_{LEC}$ 统计量的功效水平均值分别为 0.6080、0.8073、0.7793、0.6546 和 0.6684、0.8380、0.8460、0.7891。EG 统计量的功效水平最低，F_{EEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 F_{LEC}、$\sup F_{LEC}$ 统计量的功效水平要高于 $\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 统计量的功效水平，如上文所述，这种情况的出现很可能是由于异方差强度增强所导致的 F_{EEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 F_{LEC}、$\sup F_{LEC}$ 统计量出现“伪功效”所致。

综上所述，在误差项存在 SV 型异方差特征时，基于 Wild Bootstrap 的 $\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 统计量较 EG、F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{LEC}$ 统计量而言具有很低的水平扭曲且具有相当水平的功效，因此，$\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 统计性质优良，在考虑残差存在 SV 型异方差时应该使用 $\sup F^b_{EEC}$ 和 $\sup F^b_{LEC}$ 统计量对 ST-ECM 模型进行协整检验。

表 3　　MSV 下各统计量的有限样本性质（size，$\alpha=0.05$）

T	类　型		ω	EG	F_{EEC}	F_{LEC}	$\sup F_{EEC}$	$\sup F_{LEC}$	$\sup F_{EEC}^{b}$	$\sup F_{LEC}^{b}$
100	同方差		0	0.0478	0.0531	0.0498	0.0512	0.0490	0.0503	0.0502
			0.1	0.0502	0.0498	0.0528	0.0490	0.0494	0.0473	0.0504
	case ⅰ	MSV 1	0	0.0490	0.0572	0.0527	0.0521	0.0482	0.0482	0.0467
			0.1	0.0522	0.0512	0.0542	0.0542	0.0564	0.0473	0.0429
		MSV 2	0	0.0790	0.1156	0.0908	0.0974	0.0904	0.0473	0.0561
			0.1	0.0912	0.1178	0.0928	0.0962	0.0888	0.0437	0.0495
		MSV 3	0	0.0578	0.0898	0.0720	0.0796	0.0616	0.0437	0.0481
			0.1	0.064	0.0844	0.0680	0.0712	0.0658	0.0478	0.0458
		MSV 4	0	0.1436	0.2624	0.2044	0.2362	0.1942	0.0671	0.0661
			0.1	0.1534	0.2576	0.1988	0.2338	0.1886	0.0633	0.0672
	case ⅱ	MSV 1	0	0.0598	0.0570	0.0538	0.0528	0.0574	0.0439	0.0478
			0.1	0.0554	0.060	0.0580	0.0502	0.0554	0.0464	0.0457
		MSV 2	0	0.0830	0.1312	0.0966	0.0972	0.1024	0.0435	0.0453
			0.1	0.0782	0.1276	0.1022	0.1034	0.1000	0.0434	0.0553
		MSV 3	0	0.0658	0.0786	0.0722	0.0770	0.0728	0.0536	0.0490
			0.1	0.0596	0.0934	0.0746	0.0758	0.0702	0.0504	0.0501
		MSV 4	0	0.1822	0.2888	0.2378	0.2658	0.2300	0.0650	0.0610
			0.1	0.1836	0.2888	0.2312	0.2556	0.2376	0.0661	0.0691
200	同方差		0	0.0494	0.0518	0.0523	0.0501	0.0484	0.057	0.0508
			0.1	0.0470	0.0520	0.0488	0.0507	0.0500	0.052	0.0562
	case ⅰ	MSV 1	0	0.0546	0.0568	0.0571	0.0538	0.0534	0.0521	0.0427
			0.1	0.0496	0.0506	0.0546	0.0585	0.0534	0.492	0.0458
		MSV 2	0	0.0708	0.1166	0.0948	0.1022	0.0800	0.0482	0.0600
			0.1	0.0708	0.1220	0.0794	0.0996	0.0906	0.0449	0.0551
		MSV 3	0	0.0494	0.0764	0.0674	0.0752	0.0576	0.0497	0.0437
			0.1	0.0498	0.079	0.0582	0.0764	0.0582	0.0486	0.0468
		MSV 4	0	0.1342	0.2910	0.2212	0.2682	0.1870	0.048	0.0494
			0.1	0.1364	0.2842	0.1928	0.2706	0.1990	0.055	0.0531
	case ⅱ	MSV 1	0	0.0506	0.0592	0.0532	0.0568	0.0504	0.0448	0.0572
			0.1	0.0516	0.0618	0.0516	0.0584	0.0582	0.0484	0.0601
		MSV 2	0	0.0878	0.1312	0.1028	0.1110	0.0958	0.0485	0.0449
			0.1	0.0832	0.1384	0.0998	0.1236	0.0914	0.0456	0.0486
		MSV 3	0	0.0534	0.0820	0.0630	0.0764	0.0640	0.0437	0.0491
			0.1	0.0558	0.0862	0.0630	0.0804	0.0632	0.0433	0.0487
		MSV 4	0	0.1682	0.3236	0.2276	0.2918	0.2342	0.0642	0.0551
			0.1	0.1748	0.3188	0.2310	0.3094	0.2460	0.0540	0.0550
平均值				0.0831	0.1291	0.1023	0.1170	0.1000	0.0504	0.0519
τ				67.18%	158.13%	104.67%	134.10%	100.50%	10.26%	10.42%

表 4　MSV 下各统计量的有限样本性质（power，α＝0.05，T＝100）

类型		γ	θ	EST-ECM				LST-ECM			
				EG	F_{EEC}	$\sup F_{EEC}$	$\sup F^{b}_{EEC}$	EG	F_{LEC}	$\sup F_{LEC}$	$\sup F^{b}_{LEC}$
同方差		−0.5	0.1	0.9974	0.9998	0.9996	0.9988	0.9879	0.9997	0.9998	1.0000
			0.01	0.4218	0.7785	0.7235	0.7317	0.9928	0.9998	0.9998	0.9998
		−0.1	0.1	0.4195	0.7434	0.6937	0.6967	0.3437	0.6660	0.6787	0.7305
			0.01	0.2135	0.4174	0.3892	0.4022	0.3491	0.6688	0.6850	0.7273
case ⅰ	MSV 1	−0.5	0.1	0.9994	1.0000	0.9998	0.9950	0.9864	0.9992	0.9997	0.9978
			0.01	0.4742	0.7996	0.7588	0.6938	0.9916	1.0000	0.9994	0.9939
		−0.1	0.1	0.4444	0.7690	0.7174	0.6437	0.3608	0.6808	0.6882	0.6694
			0.01	0.2212	0.4426	0.3982	0.3598	0.3524	0.6756	0.6878	0.7040
	MSV 2	−0.5	0.1	0.9992	1.0000	1.0000	0.9795	0.9664	0.9954	0.9948	0.9628
			0.01	0.6410	0.8962	0.8604	0.6719	0.9820	0.9970	0.9988	0.9795
		−0.1	0.1	0.5048	0.7968	0.7612	0.5633	0.3692	0.6778	0.7084	0.6118
			0.01	0.2602	0.5578	0.5090	0.3273	0.3696	0.6930	0.7030	0.6086
	MSV 3	−0.5	0.1	0.9996	1.0000	1.0000	0.9854	0.9784	0.9986	0.9994	0.9895
			0.01	0.6344	0.9040	0.8778	0.7136	0.9882	0.9994	0.9996	0.9983
		−0.1	0.1	0.4970	0.8048	0.7494	0.6049	0.3622	0.6692	0.6854	0.6567
			0.01	0.2524	0.5046	0.4844	0.3293	0.3542	0.6802	0.6952	0.6610
	MSV 4	−0.5	0.1	0.9974	0.9994	0.9982	0.8978	0.8442	0.9472	0.9466	0.8538
			0.01	0.9374	0.9854	0.9792	0.7627	0.9426	0.9824	0.9854	0.8897
		−0.1	0.1	0.5798	0.8356	0.8044	0.4718	0.4082	0.7124	0.7216	0.5178
			0.01	0.4552	0.7636	0.7278	0.3935	0.4016	0.7388	0.7500	0.5185
case ⅱ	MSV 1	−0.5	0.1	0.9992	0.9998	1.0000	0.9989	0.9850	0.9994	0.9990	0.9954
			0.01	0.4742	0.8154	0.7660	0.6897	0.9932	0.9998	1.0000	0.9967
		−0.1	0.1	0.4490	0.7628	0.7210	0.6685	0.3488	0.6652	0.6882	0.6892
			0.01	0.2208	0.4326	0.4092	0.3558	0.3546	0.6782	0.6904	0.6457
	MSV 2	−0.5	0.1	0.9974	1.0000	0.9992	0.9738	0.9596	0.9944	0.9964	0.9615
			0.01	0.6506	0.8958	0.8532	0.6845	0.9810	0.9972	0.9980	0.9785
		−0.1	0.1	0.4982	0.8014	0.7554	0.5637	0.3812	0.6746	0.6918	0.5898
			0.01	0.2856	0.5644	0.5072	0.3414	0.3850	0.6858	0.6964	0.5991
	MSV 3	−0.5	0.1	0.9986	1.0000	1.0000	0.9879	0.9728	0.9992	0.9994	0.9794
			0.01	0.6536	0.9102	0.8844	0.7188	0.9862	0.9992	0.9992	0.9918
		−0.1	0.1	0.4926	0.8024	0.7528	0.5746	0.3574	0.6694	0.6784	0.6463
			0.01	0.2646	0.5234	0.4876	0.3523	0.3674	0.6792	0.6998	0.6592
	MSV 4	−0.5	0.1	0.9954	0.9974	0.9980	0.8946	0.8370	0.9432	0.9458	0.7942
			0.01	0.9216	0.9788	0.9716	0.7298	0.9404	0.9800	0.9838	0.8754
		−0.1	0.1	0.5754	0.8360	0.8028	0.4157	0.4330	0.7028	0.7236	0.4567
			0.01	0.4624	0.7450	0.7136	0.3639	0.4462	0.7198	0.7382	0.4789
平均值				0.6080	0.8073	0.7793	0.6546	0.6684	0.8380	0.8460	0.7891

由上述分析可知，当 ST-ECM 模型存在 BEKK-GARCH 型和 SV 型异方差时，基于 Wild Bootstrap 的 $\sup F^{b}$ 统计量较其他统计量而言具有相当低的水平扭曲和较好的功效水平，事实上由 Wild Bootstrap 的性质可知，不论 ST-ECM 模型的残差为何种类型的异方差，$\sup F^{b}$ 统计量均具有较低的水平扭曲和较好的功效水平。因此，当怀疑 ST-ECM 模型的残差存在异方差特征时应该使用 $\sup F^{b}$ 统计量进行协整检验。

四、我国与发达国家或地区股票市场非线性联动效应分析

在本部分，我们将本文提出的基于 Wild Bootstrap 的 ST-ECM 模型的非线性协整检验方法应用于我国与主要发达国家或地区股票市场非线性联动效应实例分析中。随着全球经济一体化和国际金融活动的活跃化，各国证券市场相互影响且日益加剧，国际股票市场的联动效应逐渐增强，具体表现为全球股票市场呈现着同涨共跌的趋势。我国股票市场自 1990 年正式成立以来，规模日益扩大，时至今日，我国股票市场已经成为影响我国国民经济最重要的资本投资市场，也在国际股票市场上发挥着越来越重要的作用。因此，对我国股票市场与发达国家股票市场的联动研究不仅对投资者具有重要的意义，同时对我国政府当局避免由于外部股票市场联动对我国金融市场稳定造成负面影响同样具有重要的政策意义。

本文选取上证综合指数（SZ）收盘价月度数据作为我国股票市场的指标数据，选取国际上有代表性的标准普尔 500 指数（BP）、CAC40 指数（CAC）、法兰克福 DAX 指数（DAX）、富时 100 指数（FS）、日经指数（RJ）和恒生指数（HS）收盘价月度数据作为美国、德国、法国、英国、日本和中国香港股票市场的指标数据。样本区间为 1993 年 1 月～2016 年 12 月，样本量为 288，所有数据来自于万得数据库。

数据的平稳性是进行协整分析的前提，首先对各指数收盘价及其差分序列进行 ADF 检验，检验结果①表明在 5%的显著性水平下所有指数收盘价均为非平稳序列，而其差分序列为平稳序列，说明两变量均为同阶单整的 I（1）序列，可以用来进行协整检验。

接着，对中国与其他 6 个国家或地区的各指数收盘价序列进行协整检验，各协整检验统计量计算所得结果如表 5 所示。从表 5 可以看出，从 EG 统计量来看，除上证综合指数收盘价与恒生指数收盘价存在长期协整关系外，上证综合指数收盘价与其他发达国家指数收盘价均不存在长期协整关系。然而，从非线性协整检验 F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$、$\sup F_{LEC}$、$\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 统计量来看，大多数情况下均拒绝上证综合指数收盘价与上述各发达国家或地区指数收盘价不存在长期协整关系的原假设，尤其是从 F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{LEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 统计量来看，上证综合指数收盘价与其他六个国家或地区指数收盘价在 10%的显著性水平上拒绝原假设，说明我国股票市场与美国、德国、法国、英国、日本和中国香港股票市场存在联动效应，其动态调整机制是非线性非对称的 LST-ECM 模型。仔细观察 $\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F_{LEC}$ 统计量与 $\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 统计量对应的 p 值可以发现，$\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 统计量的相依概率大于 $\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F_{LEC}$ 统计量的相依概率，其隐含的意义是各国股票市场指数很可能存在某种类型的异方差特征，这种异方差特征导致了常规的 F_{EEC}、F_{LEC}、$\sup F_{EEC}$ 和 $\sup F_{LEC}$ 协整检验统计量存在一定程度的检验水平扭曲，而基于 Wild Bootstrap 方法提出的 $\sup F^{b}_{EEC}$ 和 $\sup F^{b}_{LEC}$ 统计量并不存在检验水平扭曲。

① 由于篇幅限制，对变量的 ADF 检验结果略去，如有需要可向作者索取。

表 5　　我国与发达国家或地区股票市场协整检验结果

国　别	EG	F_{EEC}	F_{LEC}	$\sup F_{EEC}$	$\sup F_{LEC}$	$\sup F^{b}_{EEC}$	$\sup F^{b}_{LEC}$
（中一美）	−2.3227 [0] (0.3571)	9.2343 [4]*** (0.0054)	6.2310 [4]** (0.0291)	6.9888 [4]** (0.0476)	6.2305 [4]** (0.0320)	6.9888 [4]* (0.0620)	6.2305 [4]* (0.0640)
（中一德）	−2.1722 [0] (0.4359)	17.7809 [7]*** (0.0000)	7.3748 [4]** (0.0115)	4.4873 [4] (0.2376)	7.3744 [4]** (0.0124)	4.4873 [4] (0.2500)	7.3744 [4]** (0.0180)
（中一法）	−2.6332 [0] (0.2276)	8.0761 [4]** (0.0104)	5.9521 [4]** (0.0362)	5.3182 [4] (0.1465)	5.9517 [4]** (0.0391)	5.3182 [4] (0.1488)	5.9517 [4]** (0.0470)
（中一英）	−2.4757 [0] (0.2883)	13.1180 [7]*** (0.0003)	9.0335 [7]*** (0.0037)	5.4161 [4] (0.1103)	9.0331 [7]*** (0.0028)	5.4161 [4] (0.1120)	9.0331 [7]*** (0.0060)
（中一日）	−2.4215 [2] (0.3129)	12.2164 [7]*** (0.0004)	7.5596 [7]*** (0.0100)	2.2435 [2] (0.5289)	7.5591 [7]** (0.0105)	2.2435 [2] (0.5330)	7.5591 [7]** (0.0240)
（中国一 中国香港）	−3.3587 [4]** (0.0500)	9.3394 [5]** (0.0050)	8.7849 [5]*** (0.0046)	8.1131 [5] (0.0207)	8.7849 [5]*** (0.0010)	8.1131 [5]** (0.0500)	8.7849 [5]** (0.0170)

注：中括号内的数值表示根据 SC 准则确定的最优滞后阶数；小括号内数值为各统计量对应的相依概率，即 p 值；*、** 和 *** 分别表示在 10%、5%和 1%的显著性水平下显著；各统计量临界值由作者随机模拟得到。

上述检验结果表明我国股票市场与各发达国家或地区股票市场存在联动效应，且存在明显的非线性调整机制。其隐含的经济和政策含义如下：我国政府应意识到我国股票市场与发达国家股票市场存在显著的联动效应，这说明我国经济政策的效果会显著受到外围经济环境的影响，这对我国的政策制定者提出了更高的标准，要求其在制定经济政策时要充分考虑开放经济与封闭经济的不同；同时我国金融监管部门应该密切关注发达国家股票市场，防止他国股票市场的过度波动引发我国经济波动从而导致金融危机甚至经济危机的发生。对于投资者而言，投资者在进行投资决策时不仅要分析国内经济形势的变化同时更应关注各个发达国家股票市场的波动情况，以达到投资获利的目的。

五、结　　论

ST-ECM 模型的非线性协整检验问题是其建模过程中的重要环节，以往研究均是在同方差假定下对该问题进行的探讨，本文将 Wild Bootstrap 方法引入到 ST-ECM 模型的非线性协整检验问题中，构建了异方差条件下 ST-ECM 模型的非线性协整检验方法，所得结论如下：

第一，异方差性是经济金融时间序列的常见特征，当异方差存在时，传统的线性协整和非线性协整检验均存在严重的检验水平扭曲，研究异方差条件下如何构建性质优良的 ST-ECM 模型的非线性协整检验方法对于避免协整检验时“伪协整”的出现，进而更好地对经济问题进行实证分析具有重要的研究意义。

第二，Wild Bootstrap 方法在重复抽样过程中能够保留误差项中隐藏的信息，在各种未知形式的异方差类型下都具有较好的适用性。本文构建了异方差条件下基于 Wild Bootstrap 方法的 ST-ECM 模型的非线性协整检验方法，推导了 $\sup F^{b}$ 统计量的极限分布，蒙特卡洛模拟仿真结果显示该检验方法具有良好的有限样本性质，且较其他基于临界值方法的线性和非线性协整检验方法而言具有较低的检验水平扭曲。

第三，分别选取 1993 年 1 月至 2016 年 12 月我国与美国、德国等七个发达国家或地区的股市收盘价数据对我国与其他 6 个国家或地区股票市场的联动性进行了实证分析，结果表明我国与各发达国家或地区的股票市场存在非线性联动效应，supF^b 统计量较其他统计量而言具有较低的检验水平扭曲。

参考文献

[1] Busetti F., Taylor A. M. R., 2003, *Variance Shifts, Structural Breaks, and Stationarity Tests* [J], Journal of Business & Economic Statistics, 21 (4), 510～531.

[2] Cavaliere G., Rahbek A., Taylor A. M. R., 2010, *Testing for Co-Integration in Vector Autoregressions with Non-Stationary Volatility* [J], Journal of Econometrics, 158 (1), 7～24.

[3] Cavaliere G., Taylor A. M. R., 2006, *Testing the Null of Co-integration in the Presence of Variance Breaks* [J], Journal of Time Series Analysis, 27 (4), 613～636.

[4] Cavaliere G., Taylor A. M. R., 2007, *Testing for Unit Roots in Time Series Models with Non-Stationary Volatility* [J], Journal of Econometrics, 140 (2), 919～947.

[5] Cavaliere G., Taylor A. M. R., 2008, *Bootstrap Unit Root Tests for Time Series with Nonstationary Volatility* [J], Econometric Theory, 24 (1), 43～71.

[6] Cavaliere G., Taylor A. M. R., 2009, *Bootstrap M Unit Root Tests* [J], Econometric Reviews, 28 (5), 393～421.

[7] Choi I., Saikkonen P., 2004, *Testing Linearity in Cointegrating Smooth Transition Regressions* [J], Econometrics Journal, 7 (2), 341～365.

[8] Davies R. B., 1977, *Hypothesis Testing When a Nuisance Parameter is Present Only Under the Alternative* [J], Biometrika, 64 (2), 247～254.

[9] Dijk D. V., Franses P. H., Lucas A., 1999b, *Testing for Smooth Transition Nonlinearity in the Presence of Outliers* [J], Journal of Business & Economic Statistics, 17 (2), 217～235.

[10] Dijk V. D., Franses P. H., 1997, *Nonlinear Error-Correction Models for Interest Rates in the Netherlands* [R], Econometric Institute Research Papers No. EI 9704－/A.

[11] Engle R. F., 1982, *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation* [J], Econometrica, 50 (4), 987～1007.

[12] Goncalves S., Kilian L., 2004, *Bootstrapping Autoregressions with Conditional Heteroskedasticity of Unknown Form* [J], Journal of Econometrics, 123 (1), 89～120.

[13] Harvey A., Ruiz E., Shephard N., 1994, *Multivariate Stochastic Variance Models* [J], Review of Economic Studies, 61 (2), 247～264.

[14] Johansen S., 1988, *Statistical Analysis of Cointegration Vectors* [J], Journal of Economic Dynamics & Control, 12 (2), 231～254.

[15] Kapetanios G., Shin Y., Shell A., 2006, *Testing for Cointegration in Nonlinear Smooth Transition Error Correction Models* [J], Econometric Theory, 22 (2), 279～303.

[16] Kilic R., 2011, *Testing for Co-integration and Nonlinear Adjustment in a Smooth Transition Error Correction Model* [J], Journal of Time Series Analysis, 32 (6), 647～660.

[17] Kim T. H., Leybourne S., Newbold P., 2002, *Unit Root Tests with a Break in Innovation Variance* [J], Journal of Econometrics, 109 (2), 365～387.

[18] Lee T. H., Tse Y., 1996, *Cointegration Tests with Conditional Heteroskedasticity* [J], Journal of Econometrics, 73 (2), 401～410.

[19] Liu R. Y., 1988, *Bootstrap Procedures under Some Non-I. I. D. Models* [J], Annals of Statistics, 16 (4), 1696～1708.

[20] Maki D., 2015a, *Wild Bootstrap Tests for Unit Root in ESTAR Models* [J], Statistical Methods & Applications, 24 (3), 475～490.

[21] Maki D., 2015b, *Wild Bootstrap Testing for Cointegration in an ESTAR Error Correction Model* [J], Economic Modelling, 47, 292～298.

[22] Mammen E., 1993, *Bootstrap and Wild bootstrap for High Dimensional Linear Models* [J], Annals of Statistics, 21 (1), 255～285.

[23] Park Y. J., Shintani M., 2016, *Testing for A Unit Roots Against Transitional Autoregressive Models* [J], International Economic Review, 57 (2), 635～664.

[24] Wu C. F. J., 1986, *Bootstrap and Other Resampling Methods in Regression Analysis* [J], Annals of Statistics, 14 (4), 1261～1295.

[25] 南士敬、赵春艳、吴建銮：《基于参数空间的 ST-ECM 模型的协整检验问题研究》[J]，《数量经济技术经济研究》2016 年第 7 期。

[26] 南士敬、赵春艳：《平滑转移误差修正模型的转移函数选取问题研究》[J]，《数量经济技术经济研究》2015 年第 2 期。

[27] 欧阳敏华、雷钦礼：《STAR 误差修正模型中协整关系检验的 inf-t 统计量》[J]，《数量经济技术经济研究》2013 年第 9 期。

[28] 欧阳志刚：《阈值协整及其对我国的应用研究》[D]，华中科技大学博士学位论文，2008。

[29] 祝金市、汤伟、冯兴东：《线性回归 M 估计量的 Wild Bootstrap 方法研究》[J]，《统计研究》2015 年第 8 期。

Research on the Cointegration Test of the ST-ECM Model Based on the Wild Bootstrap Method

Nan Shijing[1]　Zhao Chunyan[2]　Liu Xizhang[1]

(1. School of Economics and Management, Northwest University;

2. School of Economics and Finance, Xi'an Jiaotong University)

Research Objectives: Solving the nonlinear cointegration problem in Smooth Transition Error Correction Model (ST-ECM) on the condition of heteroscedasticity residual, in order to improve and perfect the modelling theory of the ST-ECM model. **Research Methods:** This paper proposes a Wild Bootstrap cointegration test procedure in ST-ECM model, derives the test statistics' asymptotic distribution and investigates their finite sample property. **Research Findings:** The Monte Carlo simulation results show that our proposed statistics have reasonable powers and less size distortion compared to other tests. **Research Innovations:** The paper proposes a good-properties statistic to solve the nonlinear cointegration problem in ST-ECM model on the condition of heteroscedasticity residual. **Research Value:** This paper provides an effective method for empirical research study when the ST-ECM model has heteroscedasticity residual.

Key Words: ST-ECM model; Wild Bootstrap; Heteroscedasticity; Size; Power

JEL Classification: C32

（责任编辑：白延涛）